Intelligence Artificielle
Apprentissage par renforcement

Emmanuel ADAM

Université Polytechnique des Hauts-De-France

UPHF/INSA HdF

1. Processus de Markov Décisionnels (MDP)
   - Exemple de MDP
2. Equation de Bellman
3. Apprentissage par renforcement : Fonction d'utilité
   - Utilité espérée d'une action
   - Utilité espérée d'un état
4. QLearning
   - Principes
   - Algorithme
   - Double Q-Learning

Processus de Markov Décisionnels

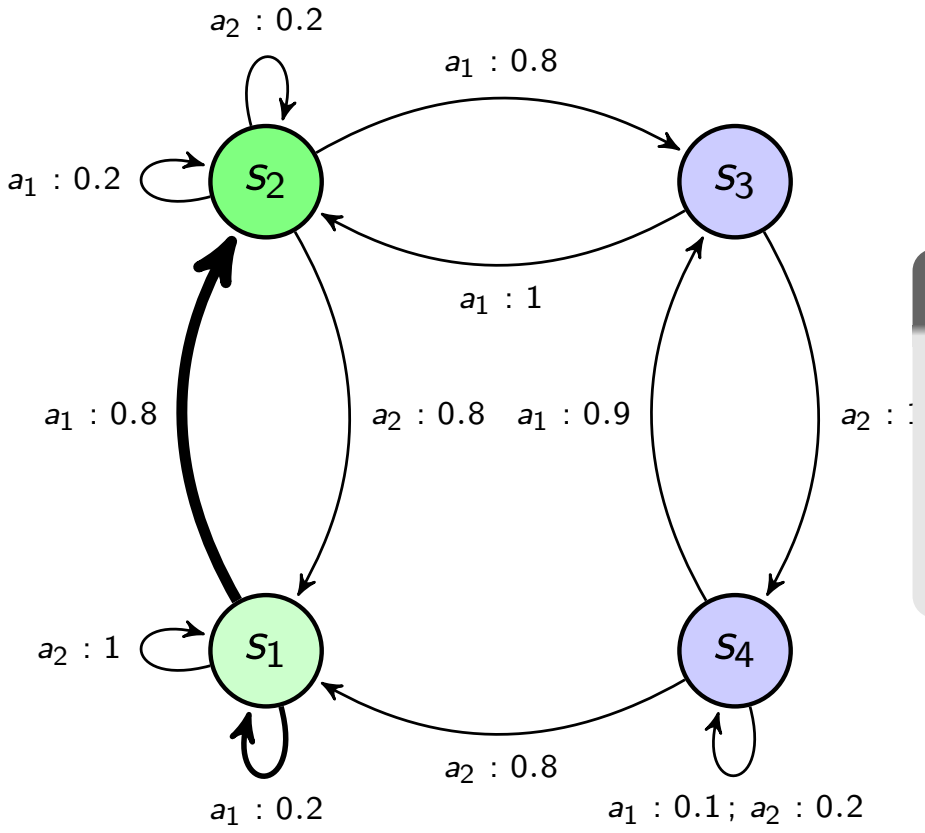
Markov Decision Process

un MDP est un graphe composé :

- d'états ($\mathbf{S} = \{s_i\}$), d'actions reliant ces états ($\mathbf{A} = \{a_i\}$),
- d'une fonction de transition **P(s, s', a)** indiquant la probabilité d'atteindre un état s' à partir d'un état s en prenant l'action a
- d'une **fonction de récompense** associant une récompense ou une pénalité à un état : $r(s_t) \rightarrow \Re$,

Objectif : trouver la **politique**/stratégie $\pi^* = \{a_0, \ldots, a_n\}$ qui maximise l'obtention des récompenses à partir d'un état initial

MDP : Un exemple simple (inspiré de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])



Exemple de MDP

- à partir de l'état s_1, en effectuant l'action a_1, il y a 80% de chance d'atteindre s_2 et 20% de rester sur s_1

MDP : Un exemple simple (inspiré de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])

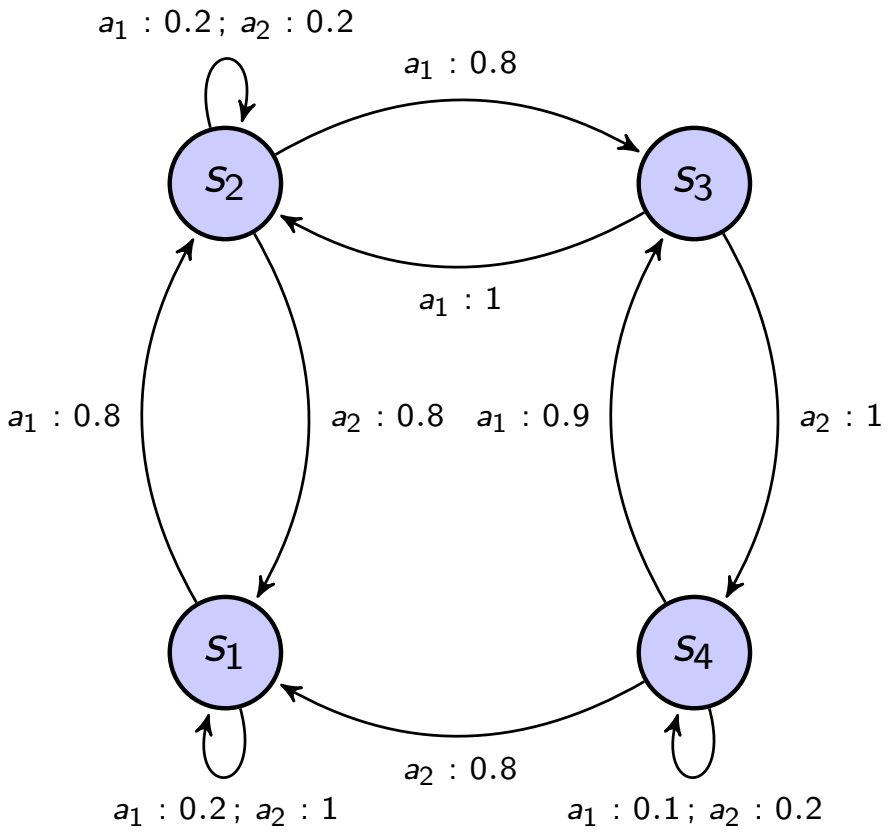
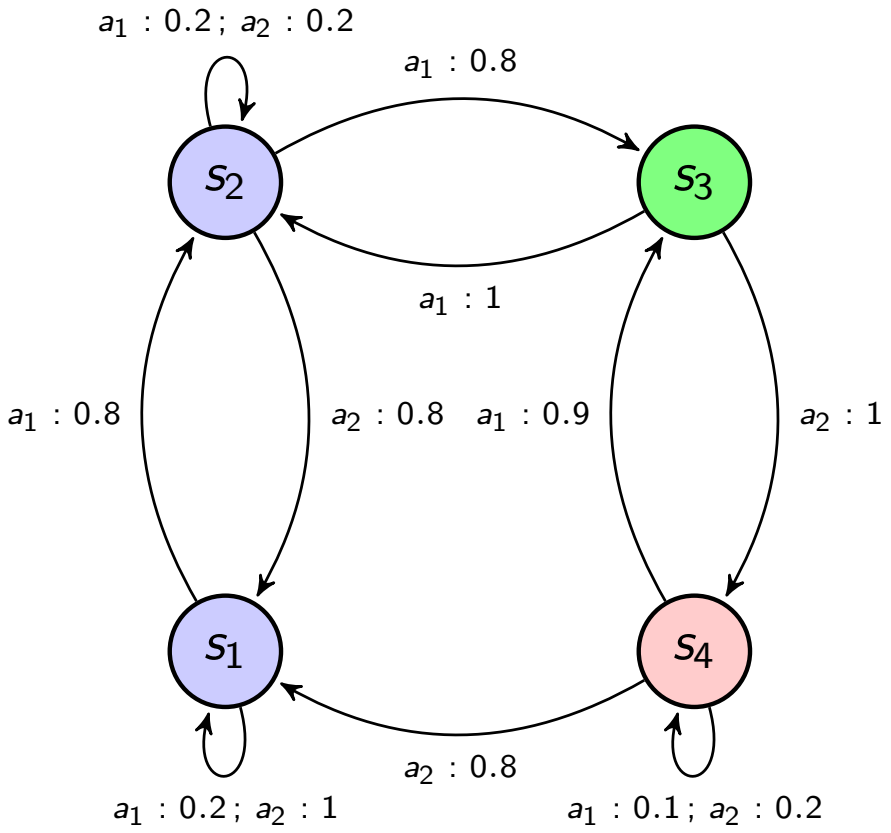


Table – $P(s, s', a)$

depart	arrivée	action	proba
s_1	s_1	a_1	0.2
s_1	s_2	a_1	0.8
s_1	s_1	a_2	1
s_2	s_2	a_1	0.2
s_2	s_3	a_1	0.8
s_2	s_2	a_2	0.2
s_2	s_1	a_2	0.8
s_3	s_2	a_1	1
s_3	s_4	a_2	1
s_4	s_4	a_1	0.1
s_4	s_3	a_1	0.9
s_4	s_4	a_2	0.2
s_4	s_1	a_2	0.8

MDP : Un exemple simple (inspiré de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])

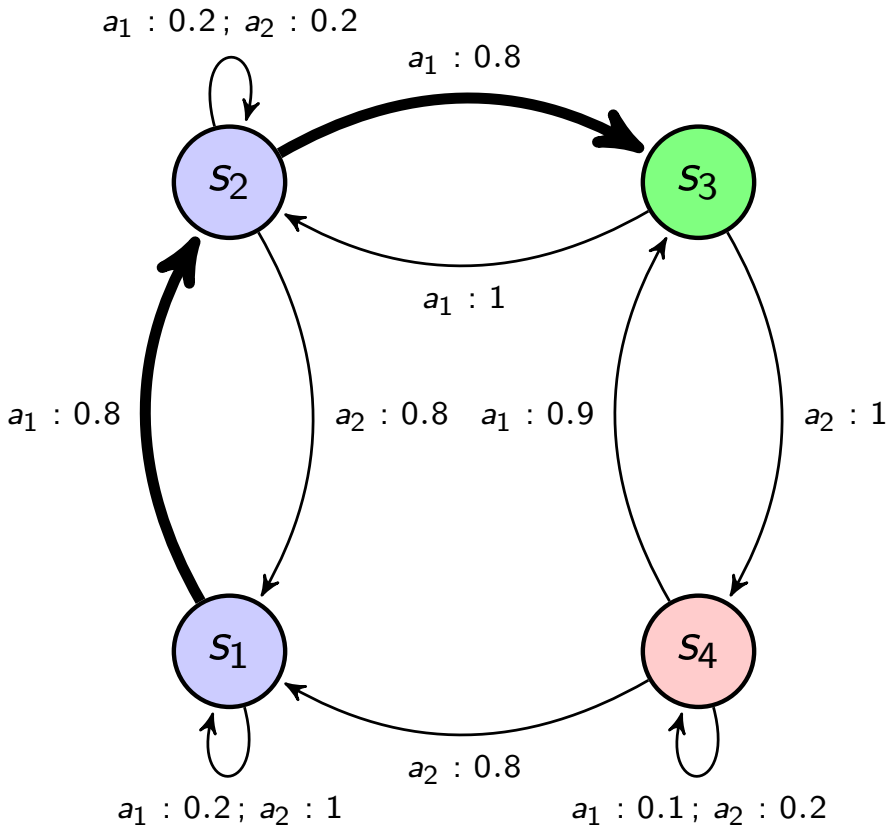


La récompense/pénalité n'est connue que arrivé sur l'état

Table – $r(s)$

etat	récompense
s_1	0
s_2	0
s_3	5
s_4	-5

MDP : Un exemple simple (inspiré de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])



Exemple de MDP

- à partir de l'état s_1, comment obtenir le plus de récompense ?
- effectuer 2 fois a_1 est la politique $\pi^* = \{a_1, a_1\}$ qui a le plus de probabilité d'obtenir le gain maximum
- **comment trouver cette politique ?**

Equation de Bellman

Valuer un état

- Equation de Bellman *(écriture récursive)* :
  $V(s) = max_{a \in \Gamma(s)} (F(s,a) + \beta.V(S(s,a)))$
  - $V(s)$ = valeur de l'état s
  - $\Gamma(s)$: ensemble des actions a possibles à partir de s
  - $F(s,a)$: coût/gain lorsque a est joué à partir de s
  - $S(s,a)$: état atteint suite à l'exécution de a à partir de s
  - β : facteur de réduction, ou d'impatience à tenir compte de l'état suivant
- la valeur d'un état s est la somme des valeurs des états du meilleur chemin possible à partir de s

Apprentissage par renforcement : Utilité

Fonction d'utilité

L'objectif pour le système est de trouver les situations les plus utiles

- On note **u(s)** : $S \rightarrow \Re$ la fonction qui évalue l'utilité d'un état
- Il existe un relation d'ordre $\leq$ réflexive, transitive et totale
  - **reflexive** : $\forall s, u(s) \leq u(s)$
  - **transitive** : si $u(x) \leq u(y)$ et $u(y) \leq u(z)$ alors $u(x) \leq u(z)$
  - **totale** : $\forall s, \forall t, u(s) \leq u(t)$ ou $u(t) \leq u(s)$

Remarque, souvent on prendra $u(s) = r(s)$

Utilité espérée

Utilité espérée d'une action

- A partir d'un état donné s, d'une fonction d'utilité u, calculer l'utilité attendue d'une action a :
- $E(u, s, a) = \sum_{s' \in S} (P(s, s', a) \times u(s'))$

Utilité espérée de a_1 à partir de s_2

Dans l'exemple précédent,

- $E(u, s_2, a_1) = \sum_{s' \in S} (P(s_2, s', a1) \times u(s'))$
- $E(u, s_2, a_1) = P(s_2, s_2, a_1) \times u(s_2) + P(s_2, s_3, a_1) \times u(s_3)$
- $E(u, s_2, a_1) = 0.2 \times 0 + 0.8 \times 5 = 4$
- l'utilité attendue de l'action a_1 à partir de l'état s_2 est de 4

Adapter l'utilitée espérée d'un état

Utilité espérée d'un état

- Un état s est plus utile s'il permet d'effectuer une action utile.
- On ajoute à l'état une partie de la plus grande utilité espérée à partir d'une action :
- $u(s) = r(s) + \gamma . \max_a (\sum_{s'} (P(s, s', a) \times u(s')))$

  $\gamma \in [0, 1]$ est un coefficient de réduction

Utilité espérée de s_2

Dans l'exemple précédent,

- $E(u, s_2, a_1) = 4$, $E(u, s_2, a_2) = 0$, la meilleure action est donc a_1
- si on pose $\gamma = 0.3$, $u(s_2) = r(s_2) + 0.3 \times 4 = 0 + 1.2 = 1.2$
- l'utilité de l'état s_2 n'est plus nulle et vaut 1.2
- par ricochet, l'action a_1 de l'état s_1 devient plus utile que les autres car elle permet d'atteindre l'état s_2 devenu utile...

Apprentissage par renforcement par Q-Learning

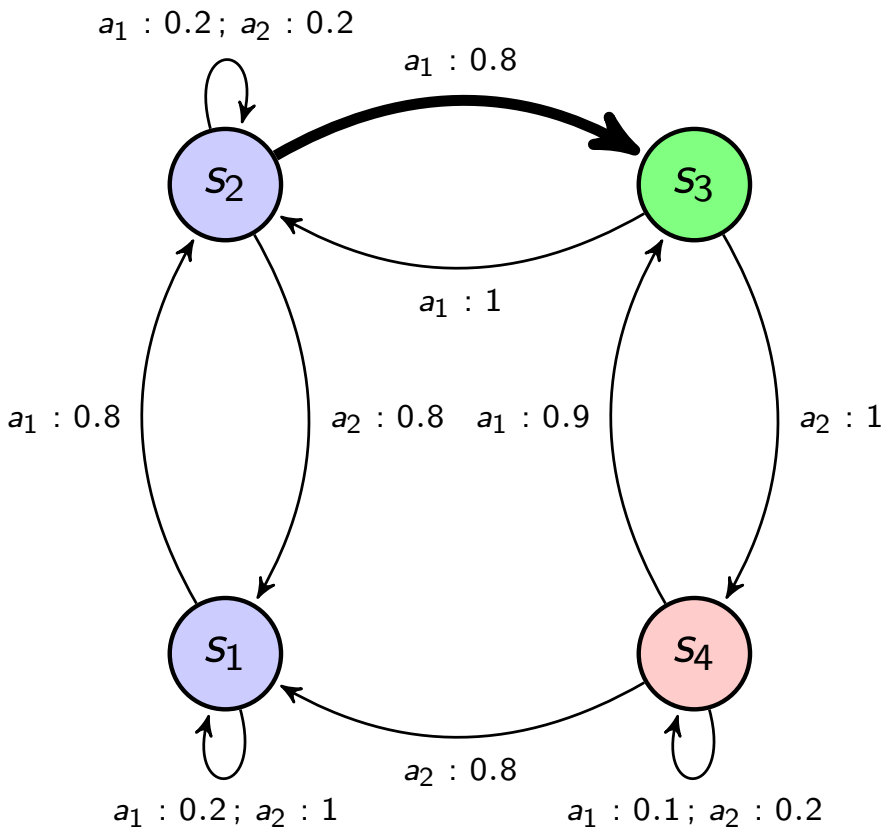
Q-Learning : principes (1/3)

- à chaque arrivée sur un état, on note l'action ayant menée à cette état en renforçant la note existante (l'utilité/Qualité) avec une partie de l'utilité du noeud.
- Arrivé sur l'état s' à partir de l'état s et de l'action a, on note la Qualité de l'arc (s, a, s') :

$$Q(s,a) = \lambda \times (r + \gamma \times max_{a'}(Q(s',a')) + (1-\lambda) \times Q(s,a)$$

$\lambda \in [0,1]$ est le coefficient d'apprentissage
$\gamma \in [0,1]$ est le coefficient de réduction
r est la récompense obtenue sur l'état s'

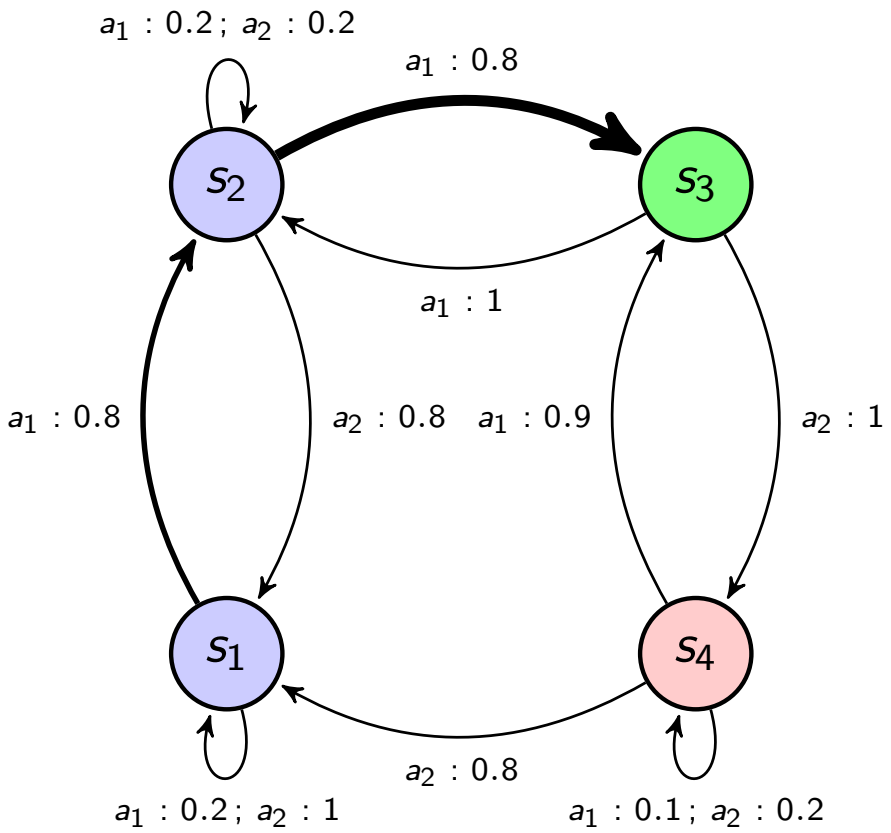
Q-Learning : Un exemple simple (issu de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])



Exemple de QLearning

- arrivé en s_3 à partir de s_2 grâce à a_1, on note : $Q(s_2, a_1) = \lambda \times (r + \gamma \times max_{a'}(Q(s_3, a')) + (1 - \lambda) \times Q(s_2, a_1)$
- on suppose initialement $\forall i, j : Q(s_i, a_j) = 0$
- on suppose $\lambda = 0.4$ et $\gamma = 0.3$: $Q(s_2, a_1) = 0.4 \times (5 + 0.3 \times 0) + (1 - 0.4) \times 0$ $Q(s_2, a_1) = 2$

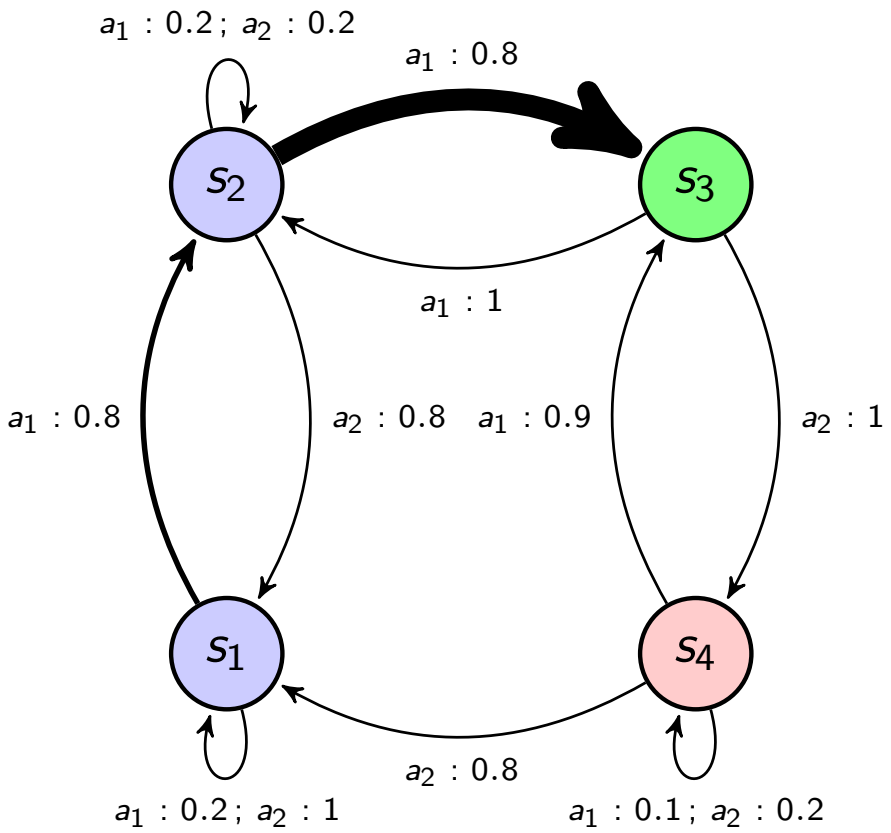
Q-Learning : Un exemple simple (issu de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])



Exemple de QLearning

- à la prochaine recherche de récompense, en partant de s_1 et en arrivant sur s_2 par l'action a_1, on note : $Q(s_1, a_1) = \lambda \times (r + \gamma \times max_{a'}(Q(s_2, a')) + (1 - \lambda) \times Q(s_1, a_1)$
  $Q(s_1, a_1) = 0.4 \times (0 + 0.3 \times 2) + (1 - 0.4) \times 0$
  $Q(s_1, a_1) = 0.24$

Q-Learning : Un exemple simple (issu de [Fundamentals of MultiAgent Systems, JM Vidal, 2010])



Exemple de QLearning

- en repassant une nouvelle fois en s_3 à partir de s_2 par l'action a_1, on note : $Q(s_2, a_1) = \lambda \times (r + \gamma \times max_{a'}(Q(s_3, a')) + (1 - \lambda) \times Q(s_2, a_1)$ $Q(s_2, a_1) = 0.4 \times (5 + 0.3 \times 0) + (1 - 0.4) \times 2$ $Q(s_2, a_1) = 2 + 0.6 \times 2 = 3.2$

Q-Learning : principe (2/3)

Apprentissage par renforcement : principe (2/3)

- L'idée est donc d'effectuer plusieurs cycles de recherche de récompenses, de l'état initial vers un état but
- et de renforcer à chaque passage l'utilité/la qualité de l'action qui mène à des récompenses
- ou qui mène à des états menant à des récompenses

Q-Learning : principe (3/3)

Apprentissage par renforcement : exploration

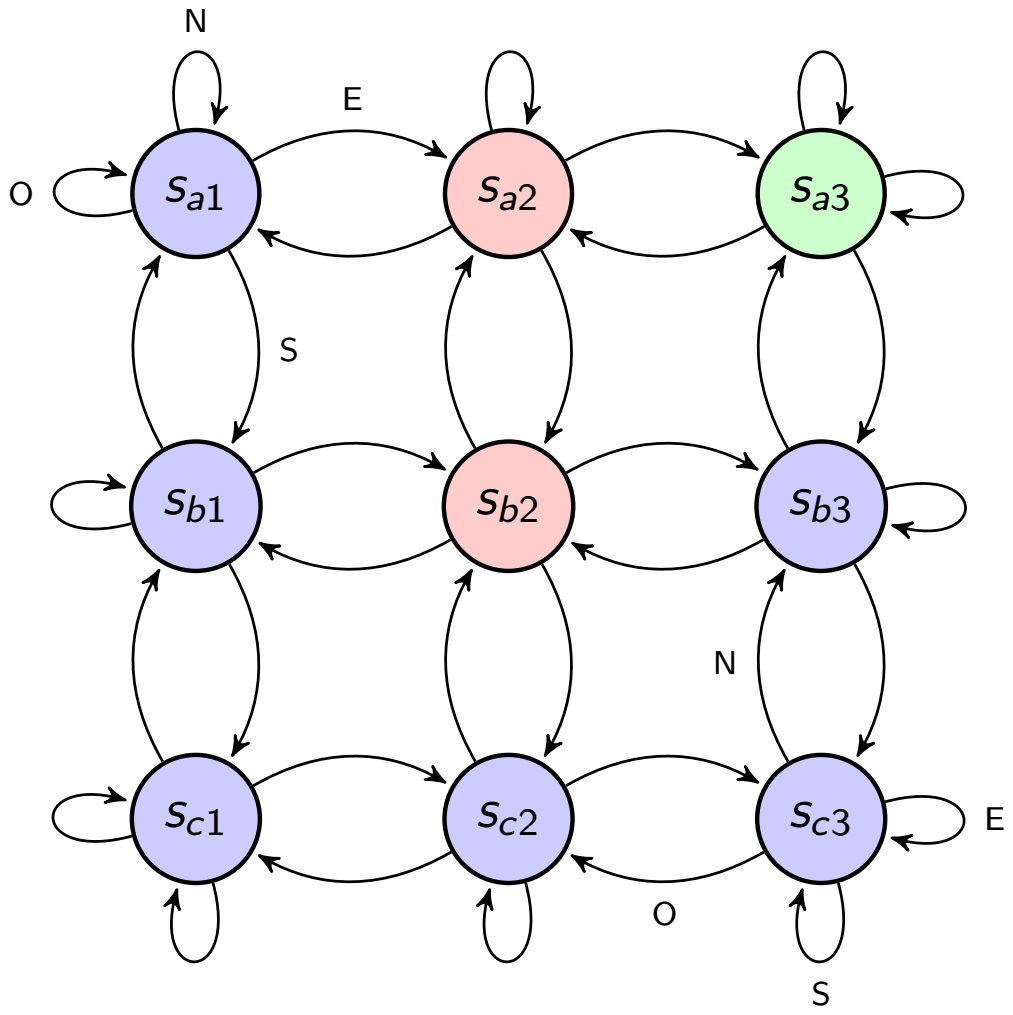
- Initialement, le système
  - ne connaît pas les états où se trouve les récompenses,
  - ne connaît pas a priori l'état d'arrivée d'une action,
- il commence donc par choisir des actions aléatoirement, il **explore**
- au bout d'un certain temps ou lorsqu'il a atteint un état but, le système reprend une recherche de solution à partir de l'état initial
- A chaque cycle, le système présente un comportement **de moins en moins exploratoire**, et de plus en plus guidé par les qualités

Q-Learning : algorithme

Q-Learning : algorithme

```
procedure QLearning
    ∀s∀a Q(s, a) ← 0
    for n ← 1, nbCycles do                                  ▷ nbCycles d'apprentissage
        λ ← 1 ; ϵ ← 1 ;
        etatCourant ← etatInitial
        for i ← 1, nbMaxActions do                          ▷ max supposé d'actions à tester
            s ← etatCourant
            nb ← random(0, 1)
            if (nb < ϵ) then
                a ← randomAction(s)                         ▷ choix aléatoire d'une action à partir de s
            else
                a ← argMax_a'(Q(s, a'))                     ▷ choix de l'action de s avec Q maximum
            end if
            s' ← a(s)                                       ▷ s' est l'état d'arrivé après exécution de a en s
            Q(s, a) ← λ × (r + γ × max_a'(Q(s', a'))) + (1 − λ) × Q(s, a)
            λ ← 0.99 × λ                                    ▷ décrémenter les coefficients
            ϵ ← 0.99 × ϵ
            if (s' = etatFinal) then
                Sortie boucle i
            end if
        end for
    end for
```

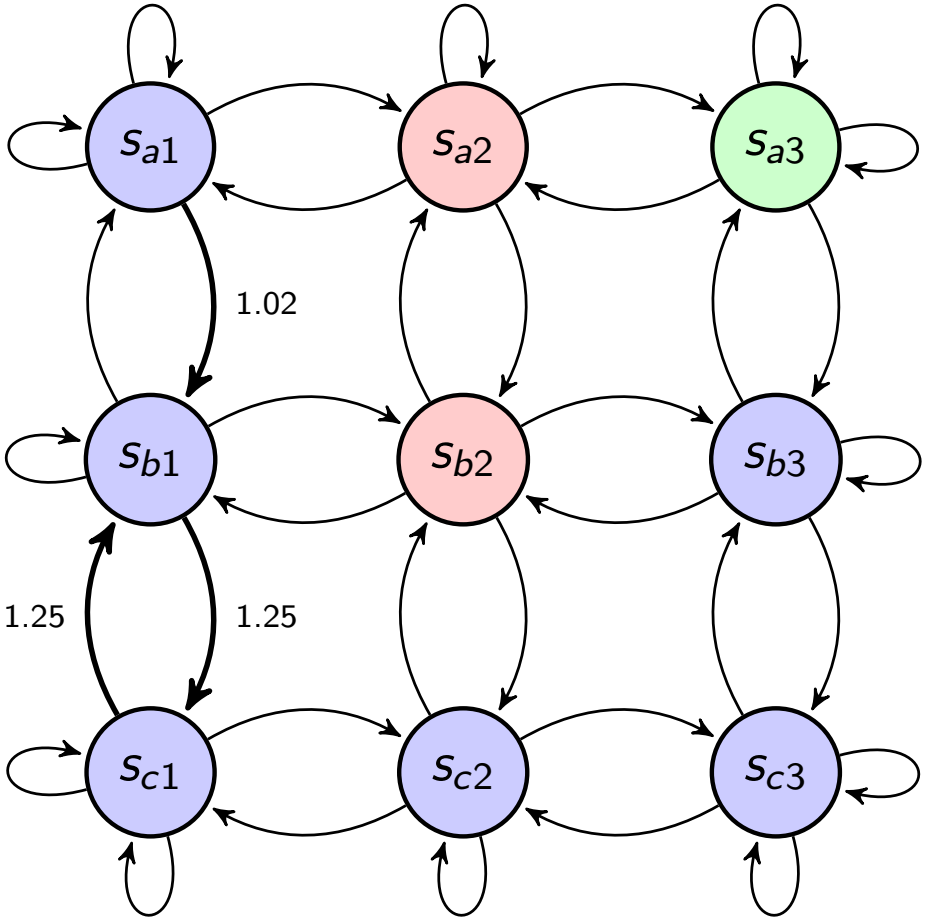
QLearning : exemple de parcours



Exemple de MDP

- récompense en $sa3 = 10$
- pénalités en $sa2$ et $sb2$ valent -1
- récompense aux autres états $sij = 1$
- 4 actions à chaque état : N, S, O, E

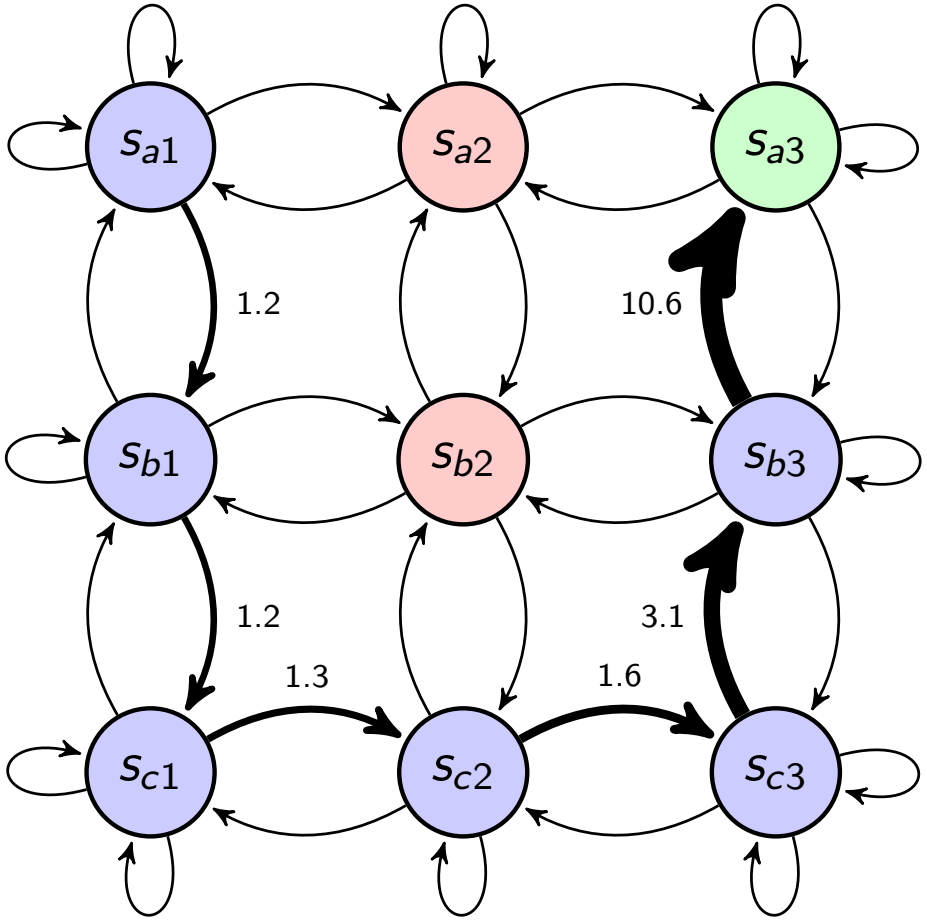
QLearning : exemple de d'apprentissage sur 5 cycles



Exemple de MDP

- $\gamma = 0.2$
- réduction de 1% de λ et ϵ à chaque cycle
- évitement des pénalités
- mais état but non trouvé

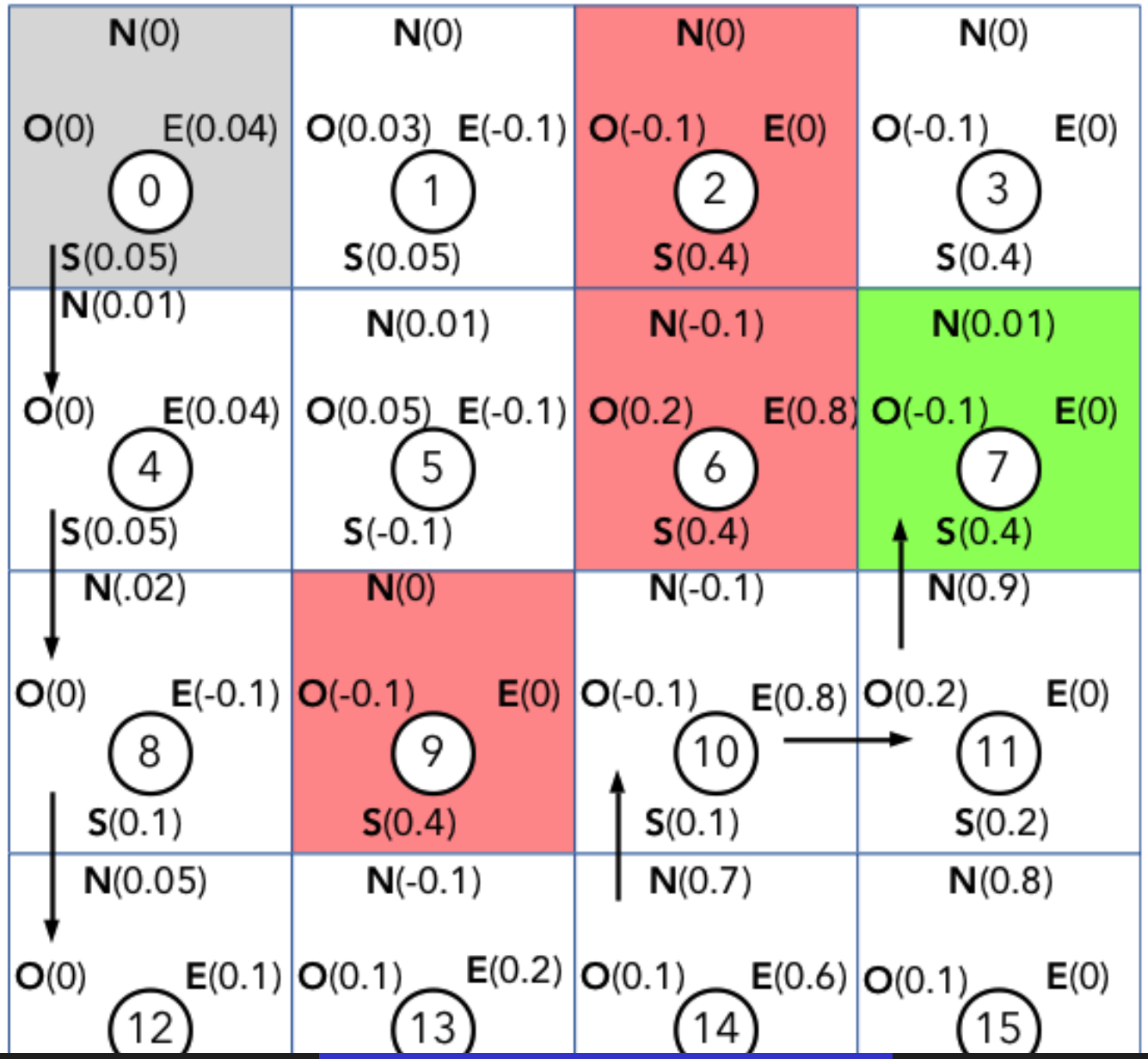
QLearning : exemple de d'apprentissage sur 50 cycles



Exemple de MDP

- $\gamma = 0.2$
- réduction de 1% de λ et ϵ à chaque cycle
- évitement des pénalités
- et **état but trouvé**
- (ici affichage uniquement des arcs de plus grande valeur)

Exemple d'apprentissage par Q-Learning (1/2)



Exemple d'apprentissage par Q-Learning (2/2)

Exemple de valeurs calculées

Table – Matrice d'utilité des actions

action	N	E	S	O
0	0	0.04	0.05	0
1	0	-0.1	0.05	0.03
2	0	0	0.4	-0.1
3	0	0	0.4	-0.1
4	0.01	0.04	0.05	0
5	0.01	-0.1	-0.1	0.05
6	-0.1	0.8	0.4	0.2
7	0.01	0	0.4	-0.01
8	0.02	-0.1	0.1	0
9	0	0	0.4	-0.1
10	-0.1	0.8	0.1	-0.1
11	0.9	0	0.2	0.2
12	0.05	0.1	0	0
13	-0.1	0.2	0	0.1
14	0.7	0.6	0	0.1
15	0.8	0	0	0.1

Double Q-Learning : pourquoi

Agir doublement

- Le Q-Learning simple se focalise trop rapidement sur la 1ère solution trouvée.
- C'est parfois problématique en cas d'environnement non déterministe : les actions ne menant pas toujours au même résultat
- Le double Q Learning recherche en parallèle 2 solutions

Double Q-Learning : principe

Agir doublement

L'algo de **double** Q-Learning simple repose sur **DEUX** matrices $nb_etats \times nb_actions$

La mise à jour des valeurs d'une action dans une matrice utilise la valeur de la meilleure action suivante dans l'autre matrice.

On réalise, plus ou moins alternativement :

$a^* \leftarrow argmax_a QA(s', a)$,

$QA(s, a) \leftarrow QA(s, a) + \lambda \times (r + \gamma \times QB(s', a^*)) - QA(s, a))$

ou

$b^* \leftarrow argmax_a QB(s', a)$

$QB(s, a) \leftarrow QB(s, a) + \lambda \times (r + \gamma \times QA(s', b^*)) - QB(s, a))$

DoubleQ-Learning : algorithme I

```
procedure QLearning
    ∀s∀a, QA(s, a) ← 0, QB(s, a) ← 0 ;
    for n ← 1, nbCycles do                          ▷ nbCycles d'apprentissage
        λ ← 1 ; ϵ ← 1 ;
        etatCourant ← etatInitial
        for i ← 1, nbMaxActions do                  ▷ max supposé d'actions à tester
            s ← etatCourant
            nb ← random(0, 1)                       ▷ valeur réelle aléatoire dans [0,1]
            if (nb < ϵ) then                        ▷ selon le tirage
                a ← randomAction(s)                 ▷ choix aléatoire d'une action à partir de s
            else                                    ▷ ou, de s choisir l'action de meilleur Q
                bestQa ← argMax_a'(QA(s, a'))
                bestQb ← argMax_a'(QB(s, a'))
                a ← QA(s, bestQa) > QB(s, bestQb)?bestQa : bestQb
            end if
            s' ← a(s)                               ▷ s' est l'état d'arrivé après exécution de a en s
```

DoubleQ-Learning : algorithme II

▷ une fois sur deux environ

if $(random(0,1) < 0.5)$ **then**

▷ modifier les valeurs de QA a partir des observations de QB

$a^* \leftarrow argmax_a QA(s', a)$;

$QA(s,a) \leftarrow QA(s,a) + \lambda \times (r + \gamma \times QB(s', a^*)) - QA(s,a))$

else

▷ modifier les valeurs de QB a partir des observations de QA

$b^* \leftarrow argmax_a QB(s', a)$;

$QB(s,a) \leftarrow QB(s,a) + \lambda \times (r + \gamma \times QA(s', b^*)) - QB(s,a))$

end if

$\lambda \leftarrow 0.99 \times \lambda$ ▷ décrémenter les coefficients

$\epsilon \leftarrow 0.99 \times \epsilon$

if $(s' = etatFinal)$ **then**

Sortie boucle i

end if

end for

end for

end procedure