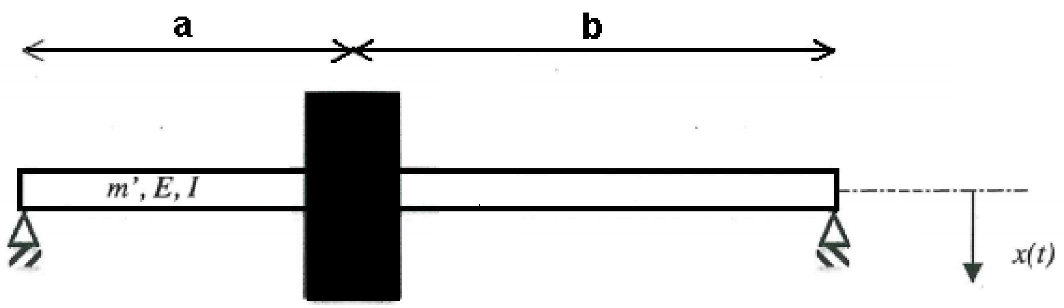
Vibrations verticales d'une poutre sur appuis

Un banc d'essai est schématisé par une poutre sur appuis portant une charge importante (schéma ci-dessous).



On veut étudier les <u>vibrations verticales</u> de ce système. On considère que la masse m portée par l'arbre est très importante devant la masse m' de l'arbre lui-même. En première approche, on négligera donc la masse m'.

Il s'agit donc bien ici d'un oscillateur élémentaire modélisant les vibrations de flexion de l'arbre supportant la masse m.

Q1. Etablissez l'expression littérale de la pulsation propre de cet oscillateur élémentaire.
On donne l'expression de la flèche statique (déflection verticale) due au poids P de la masse m, issue d'un calcul de RDM : $\Delta = \frac{Pa^2b^2}{3LEI}$, avec L=a+b la longueur totale de la poutre, E le module d'Young du matériau constituant la poutre et I le moment d'inertie relatif à la section de la poutre.

Q2. Réalisez l'application numérique.
On donne a = 0.4m, b = 0.6m et m = 300 kg. L'arbre est en acier de module d'Young, E = 210 GPa. La section de l'arbre est circulaire, de diamètre D = 12 cm et I = $\pi D^4/64$.

Q3. Le banc reproduit le comportement vibratoire d'une structure de génie civile qui sera soumise dans la réalité à des excitations dont la fréquence pourra atteindre 120 Hz. Où placer la masse pour s'assurer que la structure n'entrera pas en résonance d'amplitude ?

Information supplémentaire : on négligera l'amortissement.

Oscillateur harmonique

Un oscillateur élémentaire possède l'équation de mouvement suivante :

$$2\ddot{x}(t) + 12\dot{x}(t) + 128x(t) = 0$$

Les conditions initiales de fonctionnement sont : $x(0) = 0.05$ m et $\dot{x}(0) = 0.03$ m/s.

Q1. Quelle est la nature de cet oscillateur, quel est son régime de fonctionnement (cad oscillations libres ou forcées) ?

Q2. Calculez la pulsation propre, la pulsation naturelle et le taux d'amortissement de ce système.

Q3. Déterminez complétement l'expression du déplacement vibratoire, x(t), de cet oscillateur et de l'oscillateur conservatif associé, $x_C(t)$ (expressions utilisant la fonction sinus). Tracez l'évolution de x(t) et $x_C(t)$ sur un même graphe.

Oscillations d'un ponton

Un ponton ayant la forme d'un cylindre plat (faces supérieure et inférieure circulaires), de masse 1500 kg, de rayon 2.40 m, flotte sur l'eau de mer.

Une machine hydraulique installée sur ce ponton génère une excitation verticale d'amplitude 1800 N à 0.8 Hz, au centre du ponton.

Q1. Déterminer l'amplitude du déplacement vertical du ponton dû à cette excitation, en négligeant l'amortissement.

Q2. Y a-t-il risque de résonnance ?
Si non, quelle est la plage de fréquence à éviter ?

Données utiles :

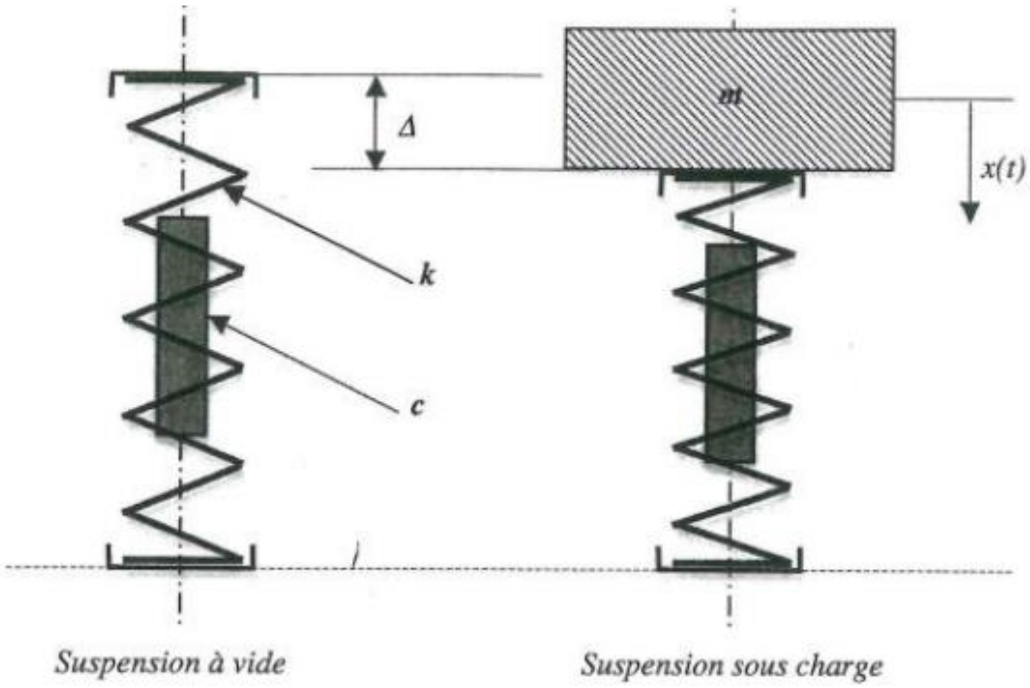
La raideur équivalente due à un fluide de masse volumique ρ_f sur lequel un objet de surface inférieure S flotte vaut $k_f = \rho_f$ g S.

La densité de l'eau de mer vaut 1.035.

L'intensité de la pesanteur, g, vaut 9.81 m/s².

Elément de suspension d'un véhicule

Une suspension de véhicule est schématisée ci-dessous (pour une seule roue).



La mise en charge de la suspension nue, constituée d'un ressort et d'un amortisseur, génère un écrasement statique, Δ, valant 28 cm.

On donne les valeurs suivantes :

- Masse de la portion de véhicule associée à la suspension : m=350 kg
- Fréquence naturelle amortie de l'oscillateur ainsi modélisé : f_1 = 0.835 Hz

Calculez les valeurs caractéristiques de cet oscillateur :

1/ La raideur, k.

2/ La pulsation propre du système conservatif associé, ω_0.

3/ Le taux d'amortissement, ξ.

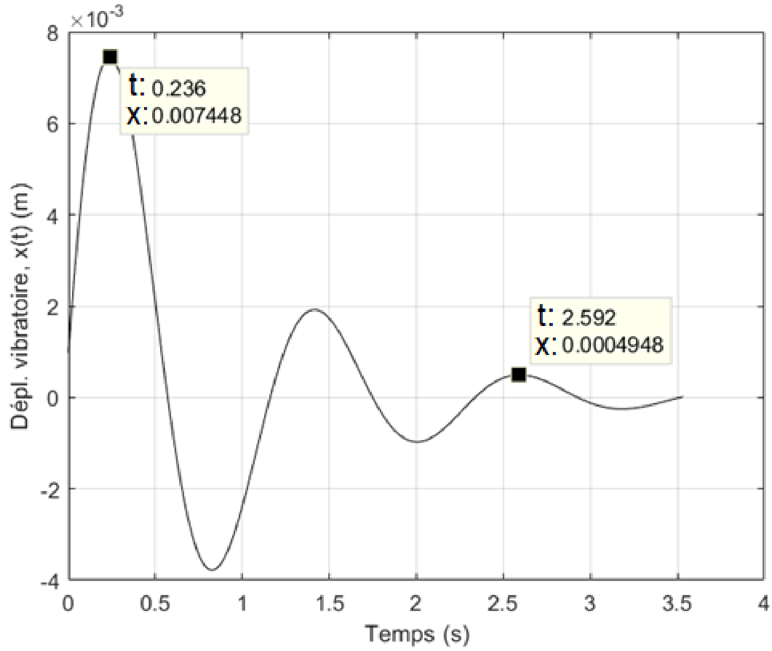
4/ La constante d'amortissement, c.

5/ Quel est le rapport de l'amplitude de l'oscillation sur l'amplitude initiale au bout d'une pseudo-période ? La suspension est-elle efficace pour limiter les oscillations du véhicule ?

6/ Après un nombre de kilomètres parcourus important, vous ressentez une baisse d'efficacité de la suspension… Vous décidez donc de mesurer la dégradation des propriétés du ressort et de l'amortisseur.

Pour cela, vous provoquez les oscillations de la suspension et vous mesurez le déplacement vibratoire (figure ci-après).

En faisant l'hypothèse que la masse m n'a pas variée, déterminez les ratios $k^{endo}/_{k}$ et $c^{endo}/_{c}$, avec k^{endo} et c^{endo} les valeurs des paramètres de raideur et de viscosité de la suspension endommagée.



Déplacement vibratoire mesuré pour la suspension endommagée

Vibrations d'un pont routier

Un pont routier subit une série de tests avant sa mise en service. Ici, on considère une portion du tablier comprise entre deux pylônes (distance de 342 m).

Un test vibratoire consiste à étudier les vibrations libres verticales du tablier du pont, en appliquant puis relâchant une charge suspendue sous le pont. On assimile ainsi le tablier du pont à un oscillateur élémentaire (l'amortissement sera supposé sous-critique).

Lorsque le pont est vide, l'essai montre une oscillation qui décroît de 1 mm à 0.5213 mm d'amplitude en 3 pseudo-périodes. La durée correspondante est de 6.4067 s.

On positionne ensuite un camion de 40 tonnes au milieu de la portion de tablier étudiée. Le même essai montre de nouvelles oscillations pour lesquelles, cette fois, les 3 pseudo-périodes d'observations durent 6.4389 s.

Question 1

A partir de ces observations, déterminez les caractéristiques de l'oscillateur équivalent modélisant cette portion du tablier (masse, raideur et viscosité).

Question 2

Ce pont surplombe un canyon dans lequel le vent souffle en fortes rafales. Des mesures ont permis d'estimer la fréquence de l'excitation liée au vent à environ 1 Hz.

Y a-t-il risque de résonance ? Quelle est la valeur du facteur d'amplification ?

Question 3

On rappelle que l'on considère une portion du tablier entre deux pylônes espacés de 342 m. La hauteur moyenne de la surface exposée au vent est de 3m sur cette longueur. Le vent souffle à 120 km/h.

Calculez l'amplitude du déplacement vibratoire en régime permanent.

<u>Donnée</u> : pression exercée par le vent (v, vitesse du vent en m/s) : $p = 0.613v^2$ (en Pa).

Détermination des caractéristiques dynamiques d'une structure excitée

Un excitateur harmonique portatif est un appareil qui permet de mesurer sur site l'amplitude et la phase de la réponse d'une structure soumise à une excitation harmonique simple.

On applique successivement sur une structure de génie civil admettant un degré de liberté deux excitations harmoniques simples, d'abord à la pulsation Ω_1, puis à la pulsation Ω_2, avec la même amplitude F_0. On relève les amplitudes A_1 et A_2 du déplacement vibratoire de la structure lorsqu'elle subit une excitation à Ω_1 et à Ω_2, respectivement, ainsi que les déphasages entre le déplacement et la force excitatrice (angles φ_1 et φ_2). Les mesures sont faites en régime permanent.

Le comportement vibratoire de la structure est modélisé par un système masse (m) – ressort (raideur k) – amortisseur (viscosité c, régime sous-critique).

Déterminez à l'aide de ces deux expériences les expressions analytiques et les valeurs numériques des paramètres m, k et c de la structure, ainsi que du taux d'amortissement.

<u>Données :</u>

F_0=2500 N

Expérience 1	Expérience 2
○ Ω_1 = 16 rad/s ○ A_1 = 0.206 mm ○ φ_1 = - 15°	○ Ω_2 = 25 rad/s ○ A_2 = 0.417 mm ○ φ_2 = - 55°

Oscillations d'un afficheur urbain sous l'effet du vent

Un afficheur urbain, dont une représentation simplifiée (vue de profil) est donnée sur la Figure 1, subit une pression exercée par le vent qui provoque des oscillations dans la direction horizontale (déplacement vibratoire x(t)). La pression exercée par le vent est uniformément répartie sur la surface principale (= surface d'affichage). Elle varie dans le temps mais peut être assimilée à une excitation sinusoïdale de pulsation Ω et la pression maximale est P.

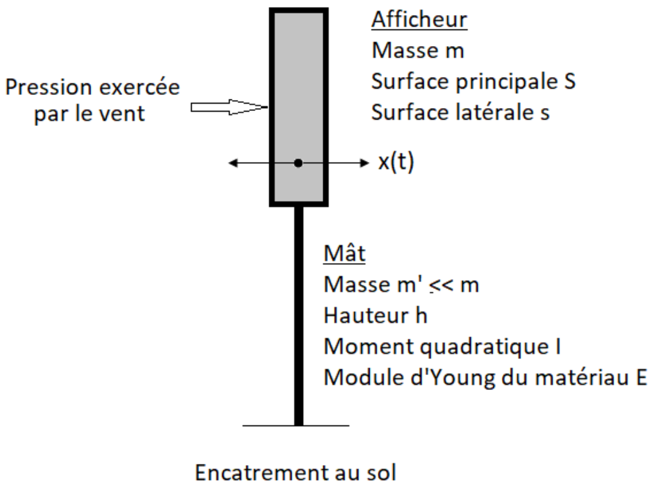


Figure 1. Vue de profil simplifiée de l'afficheur urbain et paramètres du problème.

1/ Proposez une modélisation du comportement vibratoire de cet afficheur en donnant les expression littérales des paramètres lorsque c'est possible, en fonction des grandeurs définies sur la Figure 1.

Vous pouvez vous aider des informations fournies en annexe.

2/ Un passant distrait heurte l'afficheur, qui se met alors à vibrer, sous le seul effet de ce choc (le vent a cessé de souffler). Bien qu'il soit sonné, le passant constate qu'il s'écoule un intervalle de temps Δt entre deux pics d'amplitude des oscillations et que cette même amplitude est divisée par 2 d'un pic à l'autre (les pics sont repérés du même côté de l'afficheur).

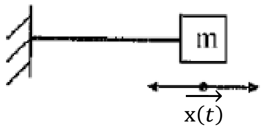
Déterminez le ou les paramètre(s) manquant(s) de votre modèle d'oscillateur.

3/ Le vent se remet à souffler, avec les mêmes caractéristiques.

Donnez l'expression littérale de l'amplitude du déplacement vibratoire, en régime permanent, en fonction uniquement des grandeurs de la Figure 1, de P, de Ω et de Δt.

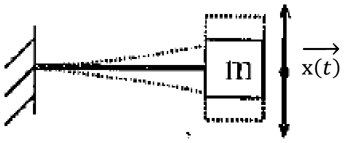
Annexe : Modélisation d'une structure en vibration
Quelques exemples de raideurs équivalentes

Barre en vibrations longitudinales



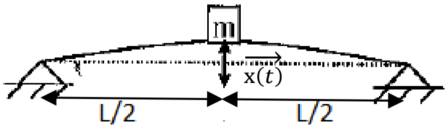
Force de rappel (horizontale) $F_R = -kx(t)$
avec $k = \frac{ES}{\mathrm{L}}$

Lame encastrée-libre en vibrations transversales



Force de rappel (verticale) $F_R = -kx(t)$
avec $k = \frac{3EI_q}{\mathrm{L}^3}$

Poutre sur appuis simples en vibrations transversales



Force de rappel (verticale) $F_R = -kx(t)$
avec $k = \frac{48EI_q}{\mathrm{L}^3}$

Barre de torsion

Couple de rappel $M_R = -K\alpha(t)$
avec $K = \frac{GI_0}{\mathrm{L}}$

Avec :

G	Module de Coulomb du matériau constituant la barre ou la lame
E	Module d'Young du matériau constituant la barre ou la lame
S	Aire de la section droite de la barre ou de la lame
L	Longueur de la barre ou de la lame
I_q	Moment quadratique de la section droite de la barre ou de la lame
I_0	Moment polaire de la section droite de la barre ou de la lame