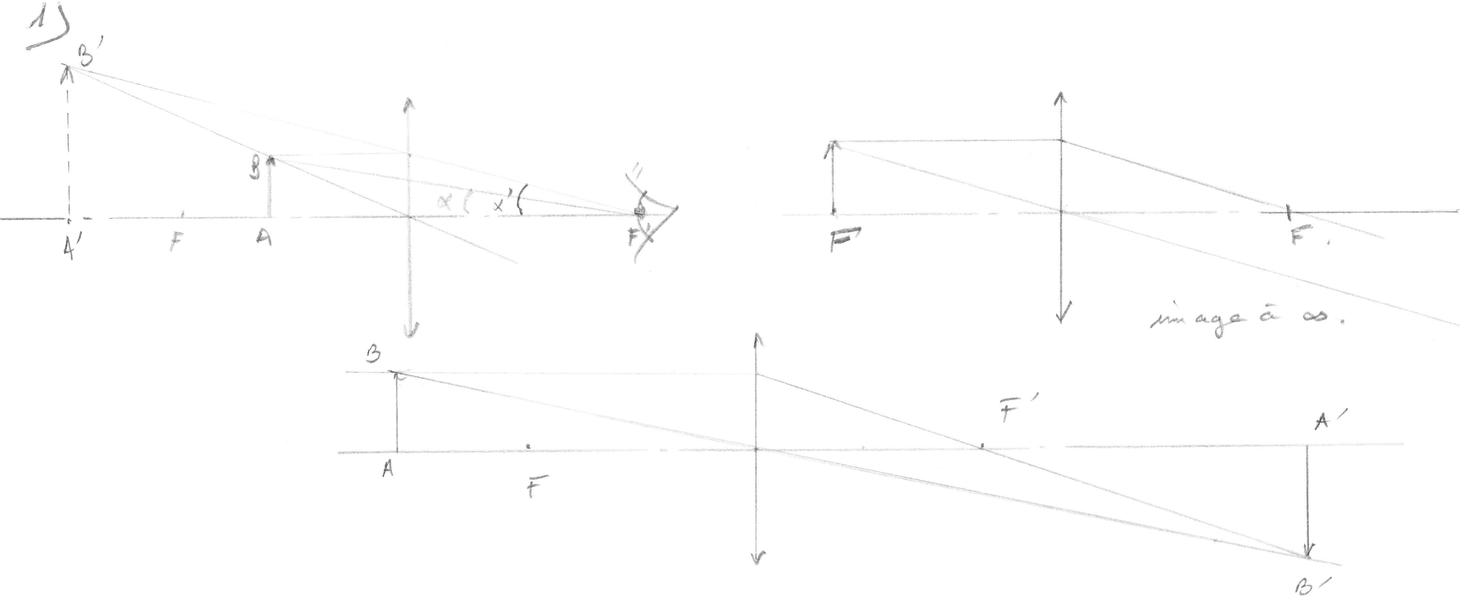
1. La loupe.

1)



2) – Si l'oeil n'accomode pas (fatigue minimale), l'image A'_1 est à la distance $\delta_{max} = \infty$ de l'oeil, la position correspondante A_1 de l'objet est au foyer objet F donc $\overline{OA'_1} = -f'$

– Si l'oeil accomode au maximum, l'image A'_2 est à la distance δmin de l'oeil donc à la distance $\overline{OA'_2} = -\delta_{min} + f'$ du centre O de la loupe ; la position A_2 correspondante de l'objet est alors déterminée par la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{-\delta_{min} + f'} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{f'} \quad \text{soit} \quad \overline{OA_2} = -f'\left(1 - \frac{f'}{\delta_{min}}\right)$$

La latitude d'accomodation est alors :

$$\Delta = A_1A_2 = \left|\overline{OA_2} - \overline{OA_1}\right| \quad \text{soit} \quad \Delta = \frac{f'^2}{\delta_{min}}$$

<u>AN</u> : $\Delta = 8\ mm$

3) a A travers la loupe, l'objet AB est vu sous l'angle α' :

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{A'B'}{A'F'} = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{AB}{A'F'}$$

où le grandissement de la loupe est $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'F'}{f'}$ donc

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{A'F'}{f'} \frac{AB}{A'F'} = \frac{AB}{f'}$$

En confondant $\operatorname{tg} \alpha'$ avec α', il vient $\alpha' = \frac{AB}{f'}$

La puissance de la loupe est donc égale à sa vergence

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{1}{f'} = 25 \text{ dioptries.}$$

Sans la loupe, l'observateur voit directement l'objet AB sous l'angle α tel que :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{AF'} = \frac{AB}{p + f'}$$

Le grossissement de la loupe est alors

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{AB}{f'}}{\frac{AB}{p+f'}} = 1 + \frac{p}{f'}$$

b Avec $AB = 200\ \mu m$ on obtient $\alpha' = P \cdot AB = 5\,10^{-3}$ ra $= 17'$

La distance p varie entre f' et $f'\left(1 - \frac{f'}{\delta_{min}}\right)$ donc

G varie entre $G_1 = 2$ et $G_2 = 2 - \frac{f'}{\delta_{min}} = 1,8$

Donc $1,8 < G < 2$.

Rq : Le grossissement dépend de la position p de l'objet, alors que la puissance en est indépendante lorsque l'oeil est en F'

2. Lentille et écran.

A l'aide d'une lentille convergente de 40cm de distance focale image, on forme sur un écran l'image d'un objet avec $\gamma = -1$

- Quelles sont les positions de l'objet et de l'image ?
- On place l'objet à 50 cm en avant de la lentille. Où faut-il placer l'écran ?
- L'objet et l'écran étant fixes, dans les positions précédentes, on déplace la lentille. Y a-t-il une autre position de l'objet qui permette d'obtenir à nouveau l'image ?

- $\gamma = \frac{p'}{p} = -1$ d'où $p' = -p$

or $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ d'où $p' = 2f' = 80\,cm$ et $p = -p' = -80\,cm$

- Si l'on place l'objet à 50cm en avant de la lentille : $p = -50\,cm$

d'où la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{-50} = \frac{1}{40} \Rightarrow p' = \frac{40 \times -50}{40 - 50} = 200\ cm = 2m$$

- L'objet et l'écran sont fixes. La distance qui les sépare est :

$$\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = -p + p' = 250\ cm.$$

La relation de conjugaison donne alors :

$$\frac{1}{250+p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{40}$$

soit $p^2 + 250\,p + 10\,000 = 0$

donc $p = \frac{-250 \pm \sqrt{(250)^2 - 4 \times 10\,000}}{2} = -125 \pm \sqrt{(125)^2 - 10\,000}$

$= -125 \pm 75$

c'est à dire $p = -2\ m$ ou $p = -50\ cm$.

On a également $p' = 50cm$ ou $p' = 2\ m$

On retrouve les positions calculées précédemment

Cette combinaison constitue la méthode de Silberman qui permet de mesurer la distance focale d'une lentille.

3. Association de lentilles minces : système à 2 lentilles.

Un objet AB est placé à la distance $p_1 = \overline{S_1 A} = -2$ m d'une lentille convergente L_1 de sommet S_1 et de 1 m de distance focale image.
Calculer la position $p'_1 = \overline{S_1 A'}$ de l'image de A à travers la lentille L_1.
On place à droite de la première lentille, à une distance e, une deuxième lentille convergente de 50 cm de distance focale. On appelle $p_2 = \overline{S_2 A'}$. La deuxième lentille donne de A' une image A'' repérée par la quantité $p'_2 = \overline{S_2 A''}$.
Exprimer p_2 en fonction de e puis p'_2. Tracer la fonction $p'_2(e)$.
Que constatez-vous si e tend vers 2,5 m ? Dans cette situation, faire un schéma du système des 2 lentilles et construire les images successives A' et A''

Pour la première lentille :
La formule de conjugaison s'écrit.

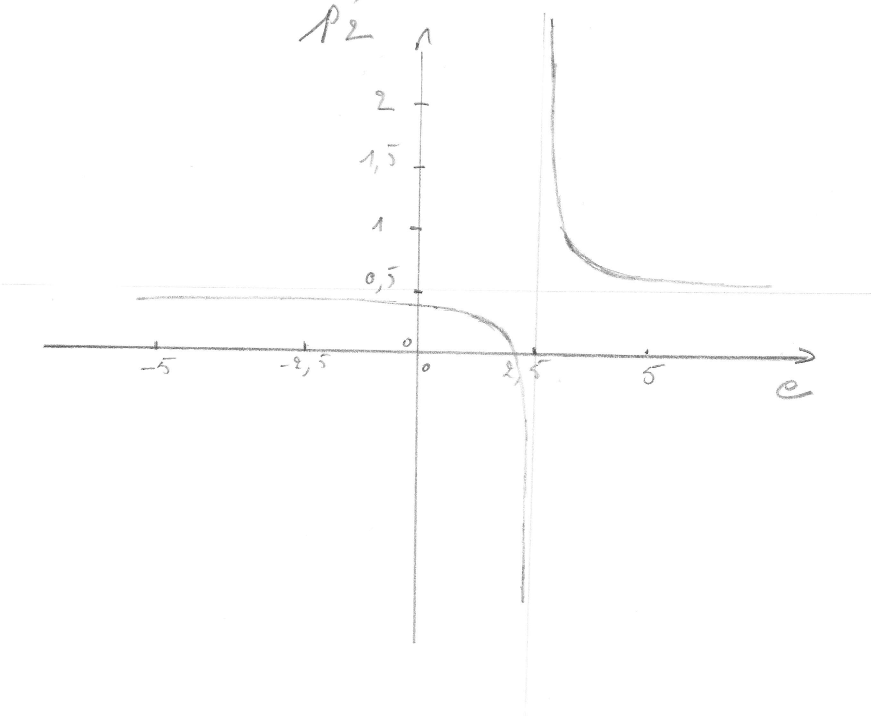
$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1}$$

ici $f'_1 = 1$ et $p_1 = -2$ donc $p'_1 = 2$ m.
Pour la seconde lentille
on a $p_2 = \overline{S_2 A'} = \underbrace{\overline{S_2 S_1}}_{-e} + \underbrace{\overline{S_1 A'}}_{p'_1} = p'_1 - e = 2 - e$

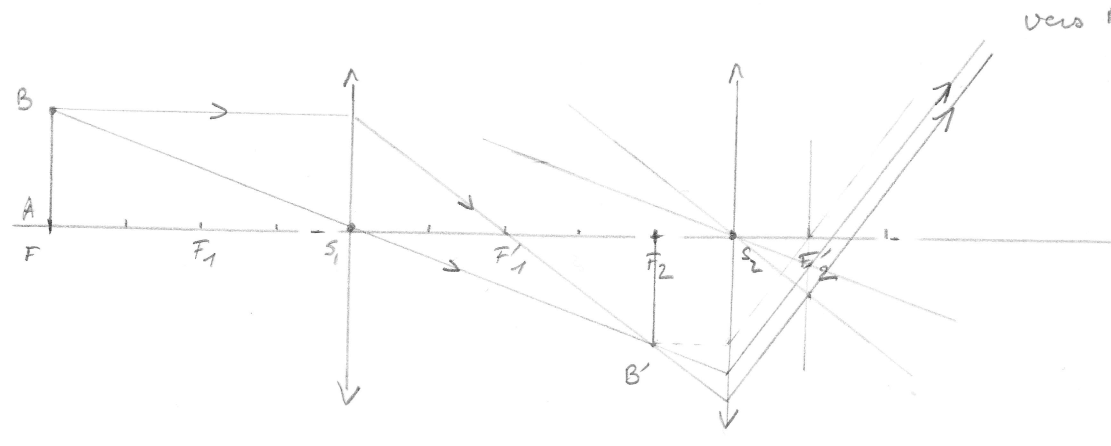
on obtient alors avec la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{2-e} = \frac{1}{0,5} = 2 \quad \text{soit } p'_2 = \frac{e-2}{2e-5}$$



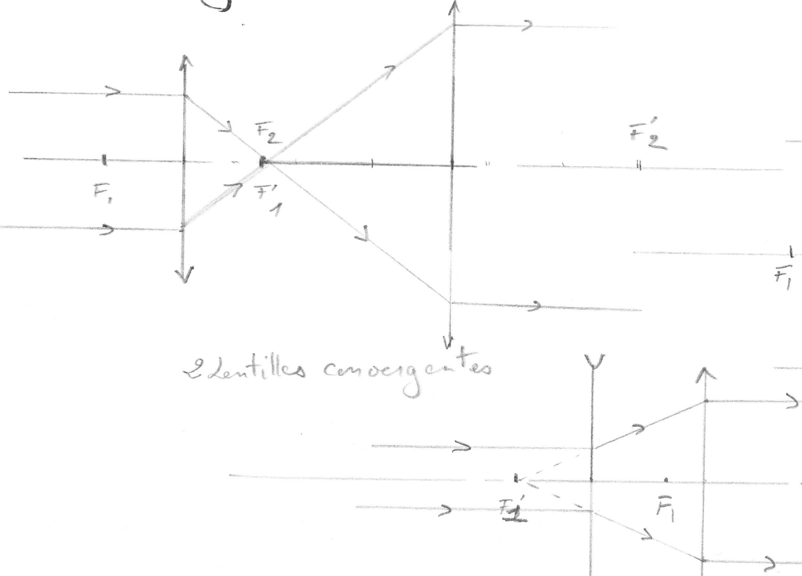
Quand e tend vers 2,5 m, p'_2 tend vers l'infini
Si l'on considère l'ensemble des deux lentilles comme un système équivalent de foyer objet F, tout se passe comme si l'objet AB se trouvait au foyer objet du doublet de lentilles.



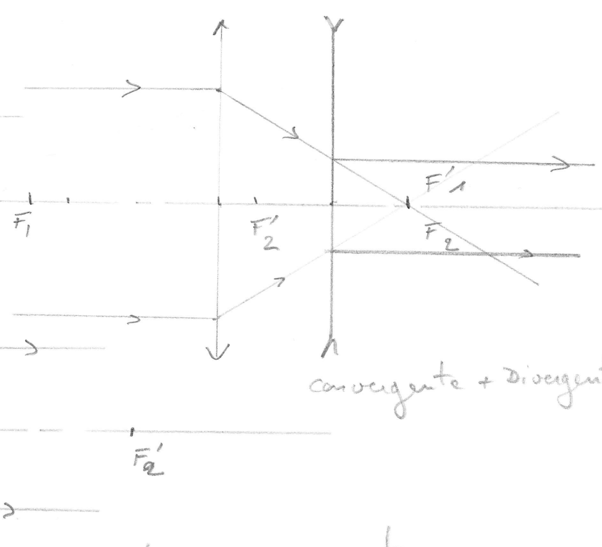
4. Association de lentilles minces : doublet afocal.

Un doublet afocal a un intervalle optique (distance entre foyer image du premier élément et foyer objet du second) nul : le foyer image du premier élément est donc confondu avec le foyer objet du second élément. Les foyers résultants F et F' et les points principaux H et H' sont rejetés à l'infini. Tout rayon incident parallèle à l'axe optique ressort également parallèle à cet axe. La distance entre les 2 lentilles est la somme de leur distance focale et comme e est toujours positive, un doublet afocal peut être constitué soit de deux lentilles convergentes soit d'une lentille convergente suivie d'une lentille divergente et vice versa. Dans tous les cas on peut montrer que le grandissement transversal du doublet est constant, indépendant de la position de l'objet.

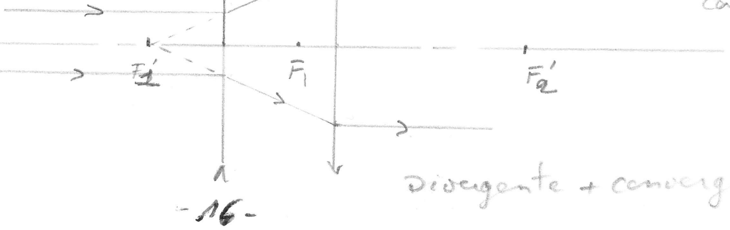
Selon la configuration du doublet, le diamètre du faisceau sortant est plus grand ou plus petit que le faisceau incident. Une configuration afocale représente la situation naturelle du réglage d'une paire de jumelle ou d'une lunette astronomique.



2 lentilles convergentes



convergente + Divergente

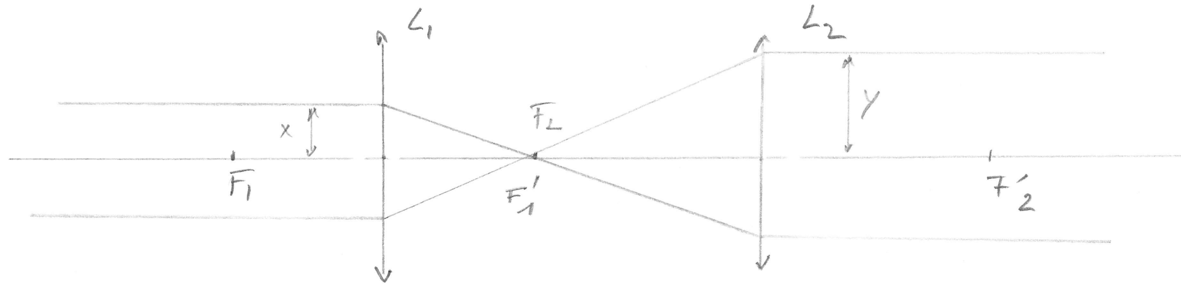


Divergente + convergente

Montage afocal :

1) Dans un système afocal, les faisceau émergent de faisceaux incidents parallèles sont également parallèle. Dans un doublet, le foyer image de la première lentille est situé au foyer objet de la seconde.

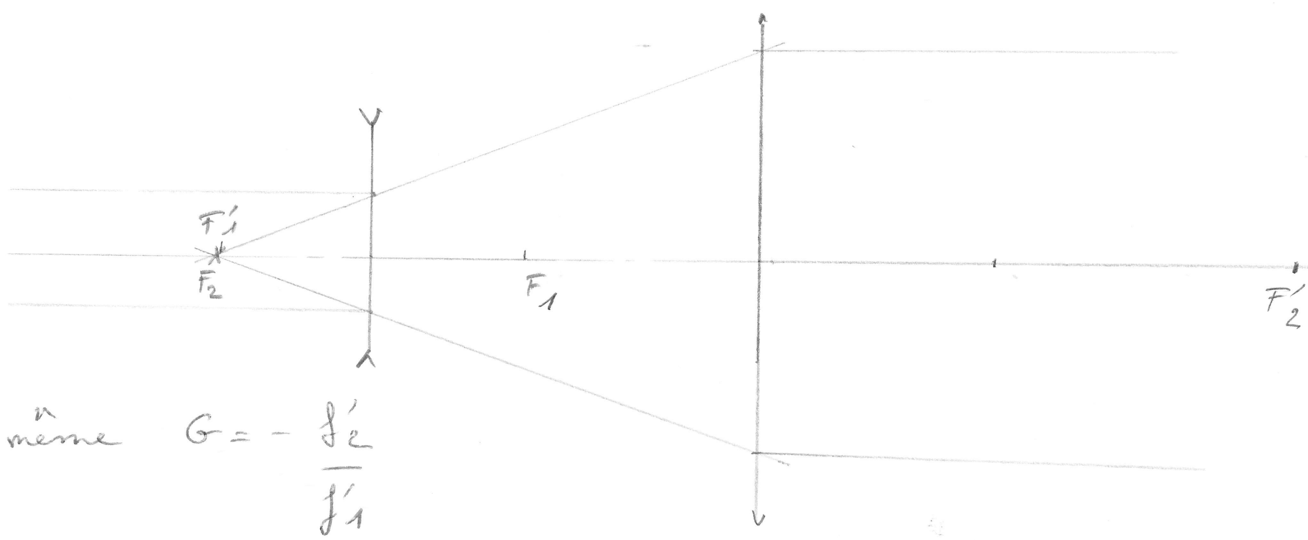
2)



$G = \frac{Y}{X}$ avec $\frac{X}{f_1'} = -\frac{Y}{f_2'}$ donc $G = -\frac{f_2'}{f_1'}$

d'où $f_2' = -G f_1' = 190$ mm et $e = f_1' + f_2' = 199{,}5$ mm

3)

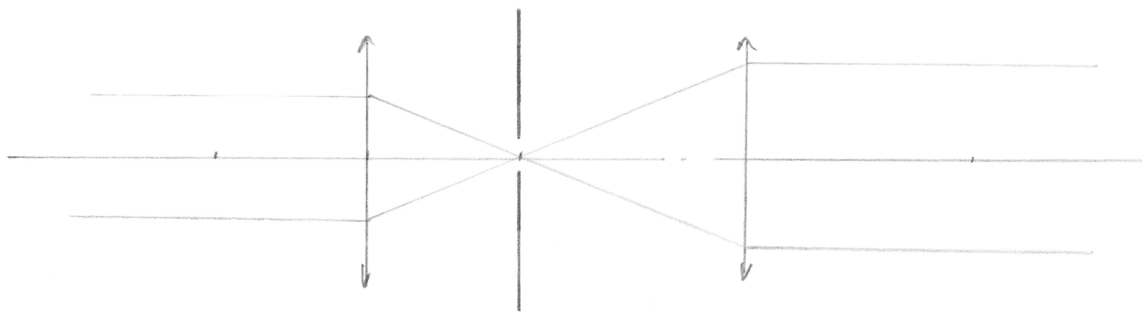


de même $G = -\frac{f_2'}{f_1'}$

d'où $f_2' = -G f_1' = 132$ mm et $e = \underset{-6{,}6\ (<0)}{f_1'} + f_2' = 125{,}5$ mm

⚠ $-6{,}6$ (<0).

4) En sélectionnant, dans le plan focal de L_1, le foyer image de L_1, à l'aide d'un diaphragme, on ne laisse passer que les rayons qui convergent en ce point et donc ceux à la sortie qui seront rigoureusement parallèles à l'axe optique

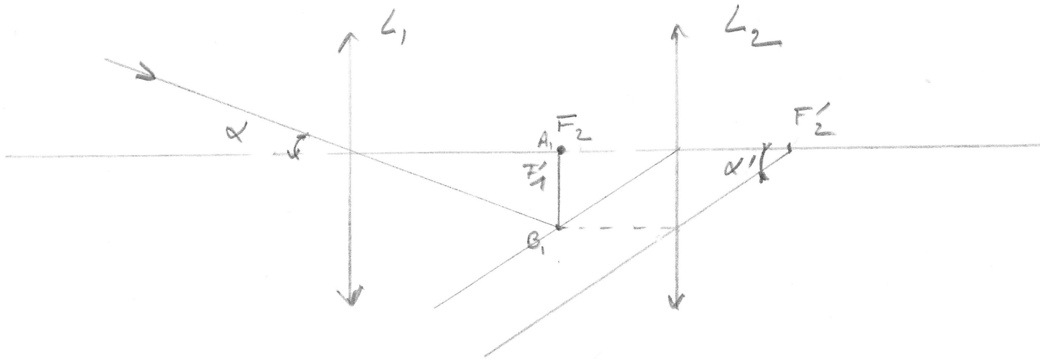


5) Principe de la lunette astronomique

Un objectif de grande focale f'_1 donne d'un objet éloigné une image dans son plan focal. Un oculaire joue le rôle de loupe et donne une image virtuelle de l'image donnée par l'objectif. L'oculaire et l'objectif sont assimilés à des lentilles minces L_1 et L_2.
Soit une petite lunette astronomique pour laquelle L_1 et L_2 ont pour convergence $C_1 = 2$ dioptries et $C_2 = 50$ dioptries. L'interstice entre les 2 lentilles est $e = 52$ cm.
Où se trouve l'image définitive ?
Calculer le grossissement de la lunette $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$, rapport des angles sous lesquels on voit l'image et l'objet à l'oeil nu.

$f'_1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$ m et $f'_2 = \frac{1}{50} = 0{,}02$ m.

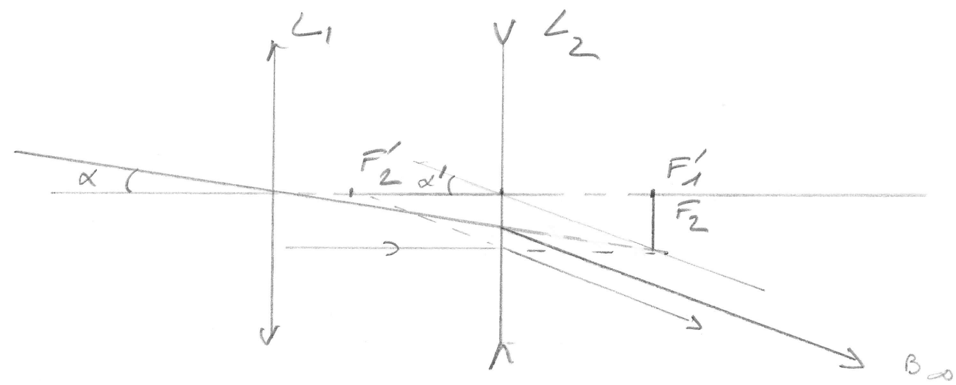
On remarque que $e = f'_1 + f'_2 = 0{,}52$ m
F'_1 coïncide avec F_2, l'image définitive est rejetée à l'infini. Le système est afocal.



$$G = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = \left|\frac{tg\,\alpha'}{tg\,\alpha}\right| = \frac{A_1B_1}{f'_2} \div \frac{A_1B_1}{f'_1} = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{50}{2} = 25$$

6) Principe de la lunette de Galilé.

On place sur un même axe 2 lentilles minces L_1 et L_2, à 6 cm l'une de l'autre. La lumière arrive sur L_1, une lentille convergente de distance focale $f'_1 = 10$ cm, et émerge par L_2, une lentille divergente de distance focale $f'_2 = -4$ cm.
Où se trouve, pour un observateur situé en arrière de L_2, l'image d'un objet à l'infini vu, à l'oeil nu, sous un angle α ?
On a réalisé une lunette de Galilé. Calculer le grossissement de cette lunette dans ces conditions d'observation.



F_2 coïncide avec F'_1
L'image d'un objet situé à l'infini va donc être rejetée à l'infini (le système est afocal)
Elle est vue sous un angle α' par l'observateur.

$$G = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = \left|\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha}\right| = \frac{A_1B_1}{f_2} \div \frac{A_1B_1}{f'_1} = \frac{f'_1}{f_2} = 2,5$$

7) Image par un objectif de prise de vues

Un objectif de prises de vues comporte 2 lentilles minces L_1 et L_2 avec $f'_1 = -60$ mm, $f'_2 = 30$ mm et $\overline{O_1O_2} = 50$ mm. L'objet AB a une dimension transversale $\overline{AB} = 42$ mm.

- Calculer la position de l'image $A'_1B'_1$ de l'objet AB, placé à 120 mm avant L_1, à travers la lentille L_1 ainsi que sa taille.
- Construire l'image intermédiaire $A'_1B'_1$ et l'image définitive $A'B'$ à travers l'ensemble optique.
- Calculer la position et la taille de l'image finale $A'B'$ de AB donnée par le système $(L_1 + L_2)$
- Indiquer les valeurs des grandissement produits par (L_1), par (L_2) et par $(L_1 + L_2)$.

Formule de conjugaison pour L_1.

$$\frac{1}{\overline{O_1A'_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \quad \text{soit} \quad \overline{O_1A'_1} = \frac{\overline{O_1A} \cdot f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1}$$

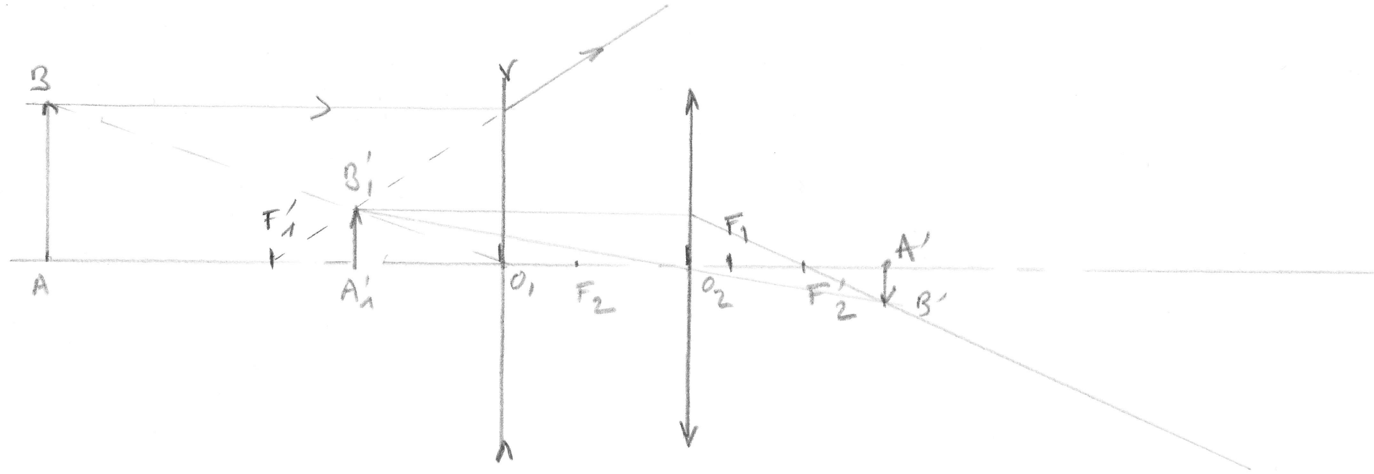
<u>AN</u>: $\overline{O_1A'_1} = \dfrac{(-120)\,(-60)}{-120 - 60} = -40$ mm.

L'image $A'_1B'_1$ de l'objet AB, placé à 120 mm avant L_1, à travers la lentille L_1 se trouve à 40 mm avant la lentille L_1. Sa taille est donnée par la relation de grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}} \quad \text{soit} \quad \overline{A'_1B'_1} = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}}\,\overline{AB}$$

<u>AN</u>: $\overline{A'_1B'_1} = \dfrac{-40}{-120} \cdot 42 = 14$ mm.

On remarque que l'image intermédiaire $\overline{A'_1B'_1}$



La relation de conjugaison pour L_2

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A'_1} \cdot f'_2}{\overline{O_2A'_1} + f'_2}$$

avec $\overline{O_2A'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'_1} = \overline{O_1A'_1} - \overline{O_1O_2}$

__AN__ : $\overline{O_2A'_1} = -40 - 50 = -90 \text{ mm}$

et $\overline{O_2A'} = 45 \text{ mm}$

La taille de l'image finale est donnée par la relation de grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'_1B'_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A'_1}} \quad \text{d'où} \quad \overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A'_1}} \, \overline{A'_1B'_1}$$

__AN__ $\overline{A'B'} = \frac{45}{-90} \cdot 14 = -7 \text{ mm}$

Le grandissement produit par L_1 est :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'_1}}{\overline{O_1A}} \qquad \underline{AN} : \gamma_1 = \frac{-40}{-120} = 0{,}33$$

Le grandissement produit par L_2 est :

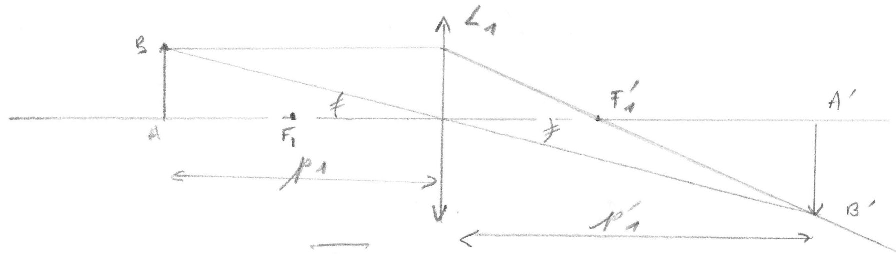
$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'_1B'_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A'_1}} \qquad \underline{AN} : \gamma_2 = \frac{45}{-90} = -0{,}5$$

Le grandissement produit par le doublet $(L_1 + L_2)$ est

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'_1B'_1}} \times \frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{A'B'}} = \gamma_1 \times \gamma_2 \qquad \underline{AN} : \gamma = -0{,}17$$

8) Le grandissement de 2 lentilles.

1)



$\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ or $\dfrac{\overline{AB}}{p_1} = \dfrac{\overline{A'B'}}{p'_1}$ d'où $\gamma = \dfrac{p'_1}{p_1}$

2) La relation de conjugaison dans la première lentille est :

$\dfrac{1}{p'_1} - \dfrac{1}{p_1} = \dfrac{1}{f'_1}$ soit $p'_1 = \dfrac{f'_1 p_1}{p_1 + f'_1}$

et $\gamma_1 = \dfrac{p'_1}{p_1} = \dfrac{f'_1}{p_1 + f'_1}$

3) De même pour la deuxième lentille :

$\dfrac{1}{p'_2} - \dfrac{1}{p_2} = \dfrac{1}{f'_2}$ soit $p'_2 = \dfrac{f'_2 p_2}{p_2 + f'_2}$

et $\gamma_2 = \dfrac{p'_2}{p_2} = \dfrac{f'_2}{p_2 + f'_2}$

4) $\gamma = \gamma_1 \gamma_2$ le grandissement à travers les 2 lentilles

$\gamma = \dfrac{f'_1 f'_2}{(p_1 + f'_1)(p_2 + f'_2)}$

en posant $d = p'_1 - p_2$ où d est l'écart entre les 2 lentilles il vient :

$$\gamma = \frac{f'_1 f'_2}{(p_1 + f'_1)(p'_1 - d + f'_2)} = \frac{f'_1 f'_2}{(p_1 + f'_1)\left(\dfrac{f'_1 p_1}{p_1 + f'_1} - d + f'_2\right)}$$

$$= \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 p_1 - (p_1 + f'_1) d + (p_1 + f'_1) f'_2}$$

$$= \frac{f'_1 f'_2}{p_1 (f'_1 - d + f'_2) + f'_1 (f'_2 - d)}$$

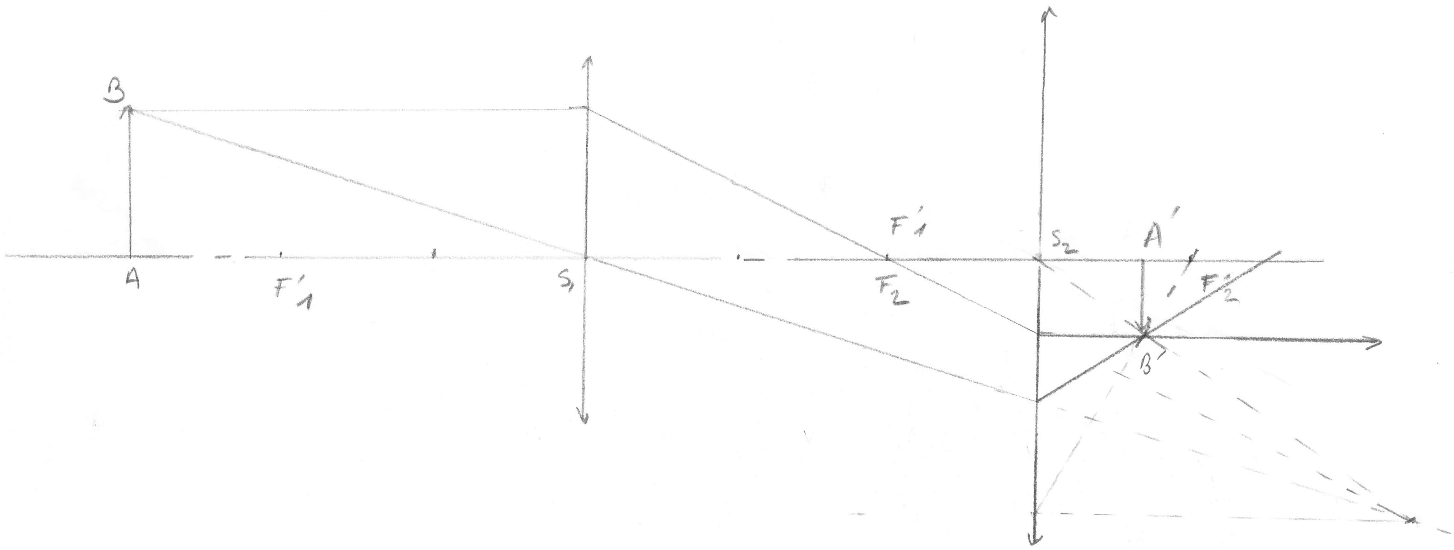
5) Pour que γ soit indépendant de p_1, il faut que $f'_1 + f'_2 - d = 0$

c'est à dire $d = f'_1 + f'_2$ (montage afocal).

6) γ vaut alors : $\gamma = \dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1(f'_2 - d)} = \dfrac{f'_2}{f'_2 - d} = \dfrac{-f'_2}{f'_1}$

si $f'_1 = 1\,m$ et $f'_2 = 50\,cm$ alors $\gamma = -\dfrac{1}{2}$

7)



9) La lunette astronomique

1) $A'B'$ est l'image finale donnée par l'oculaire L_2
L'œil placé sur l'oculaire accomode à 25 cm :
$p'_2 = \overline{S_2 A'} = -25$ cm.

2) La formule de conjugaison appliquée à l'oculaire :
$\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f'_2}$ avec $f'_2 = 2,5$ cm

d'où $p_2 = \frac{f'_2 \, p'_2}{f'_2 - p'_2}$ $\underline{AN}$: $p_2 = -2,27$ cm

L'objet de l'oculaire est l'image de l'objectif.
Par rapport à l'objectif, si e est la distance entre les 2 lentilles, la position de l'image de la première lentille est :

$p'_1 = \overline{S_1 A''} = \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 A''} = e + p_2$

c'est à dire $p'_1 = e - 2,27$ cm
La formule de conjugaison dans la première lentille est
$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1}$

Si l'objet observé est à 3 m, alors il vient :
$\frac{1}{e - 2,27} + \frac{1}{300} = \frac{1}{40}$

ce qui donne $e = 48,42$ cm.

3) Le grandissement est donné par $\gamma = \gamma_1 \gamma_2$

d'où $\gamma = \frac{p'_2}{p_2} \cdot \frac{p'_1}{p_1} = \frac{(-25)\,(48,42 - 2,27)}{(-2,27)\,(-300)} = -1,69$