Optique Photographique

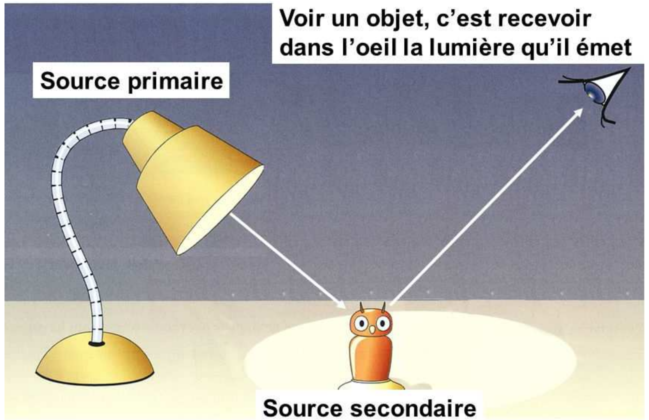
Chapitre II : formation des images

Sommaire

I. Systèmes optiques

L'œil ne voit que les objets lumineux, c'est-à-dire:

- Soit **les sources lumineuses**, on parle alors de **sources primaires.**
- Soit des **objets qui diffusent la lumière**, on parle alors de **sources secondaires.**



Un miroir, une lentille ou tout autre système optique n'est pas un objet. S'il est parfait, il ne diffuse pas la lumière et on ne le voit pas.

Une source (ou un objet) est dite **ponctuelle** lorsque son étendue est **très petite par rapport à la distance d'observation**. Elle émet de la lumière dans **toutes les directions** (source omnidirectionnelle).

Dans le cas contraire, on parle de source (ou d'objet) **étendue**.

Chapitre II : formation des images

Un **système optique** est une succession de milieux d'indices différents. Ces milieux sont généralement isotropes et homogènes. Les surfaces de séparation (dioptres) sont généralement de formes géométriques simples (facilité d'usinage).

Un système est dit **centré** quand les surfaces des différents dioptres sont centrés sur un même axe. Cet axe s'appelle l'**axe optique**.

On distingue deux types de systèmes :

- Les **systèmes dioptriques** dans lesquels la lumière traverse de bout en bout le système en ne subissant que des réfractions.
- Les **systèmes catadioptriques** dans lesquels la lumière subit des réfractions et des réflexions

Par convention, le sens positif correspond à celui-ci du sens de propagation de la lumière.

Chapitre II : formation des images

Si, en sortie d'un système optique (S), tous les rayons issus d'une source ponctuelle A passent tous par un même point A', celui-ci est appelé **image de l'objet A par le système** (S).

On dit que les point A et A' sont le **conjugués** (relation unique et réciproque en A et A').

Si les rayons émergents de (S) passent effectivement par A', on dit que **l'image est réelle** de A.

Si par contre, ce sont les prolongements de ces rayons qui passent par A',
on dit alors que A' est **l'image virtuelle** de A**.**

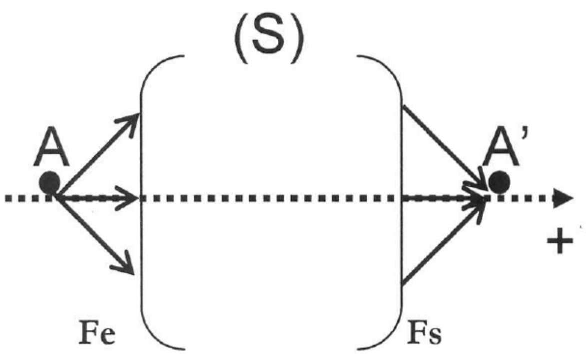


image réelle

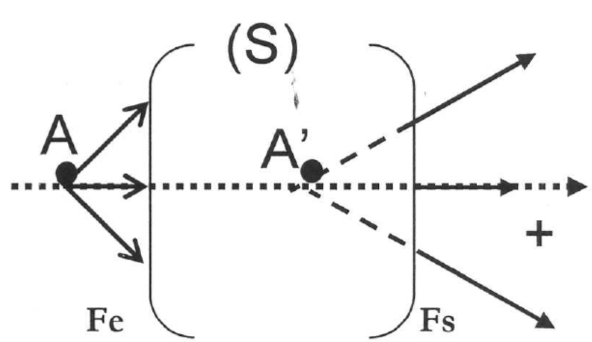
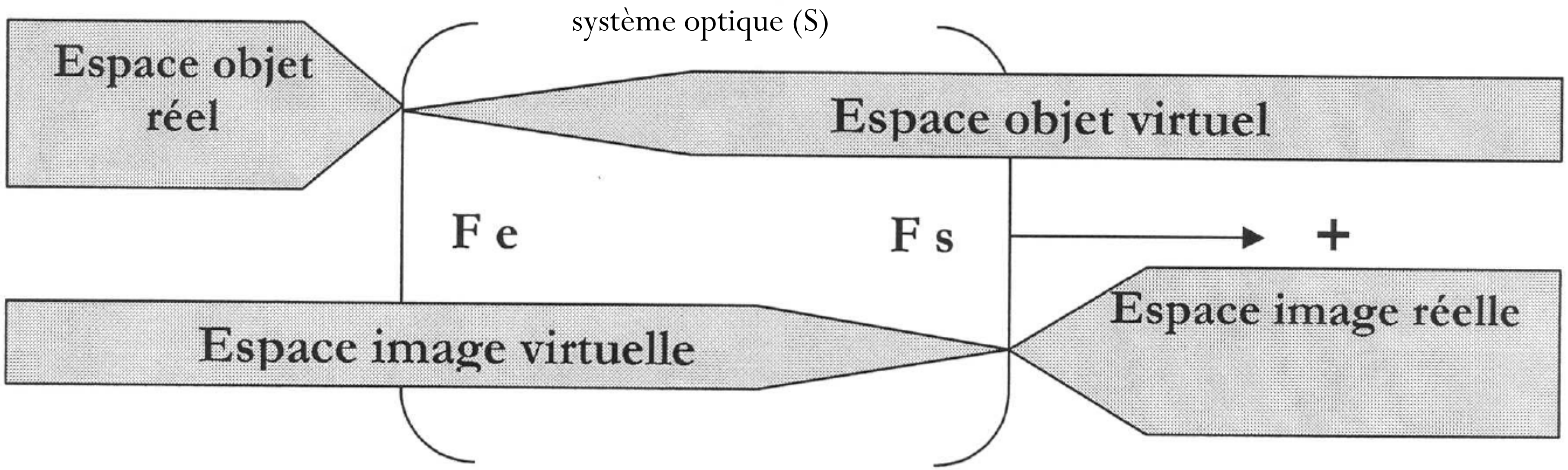


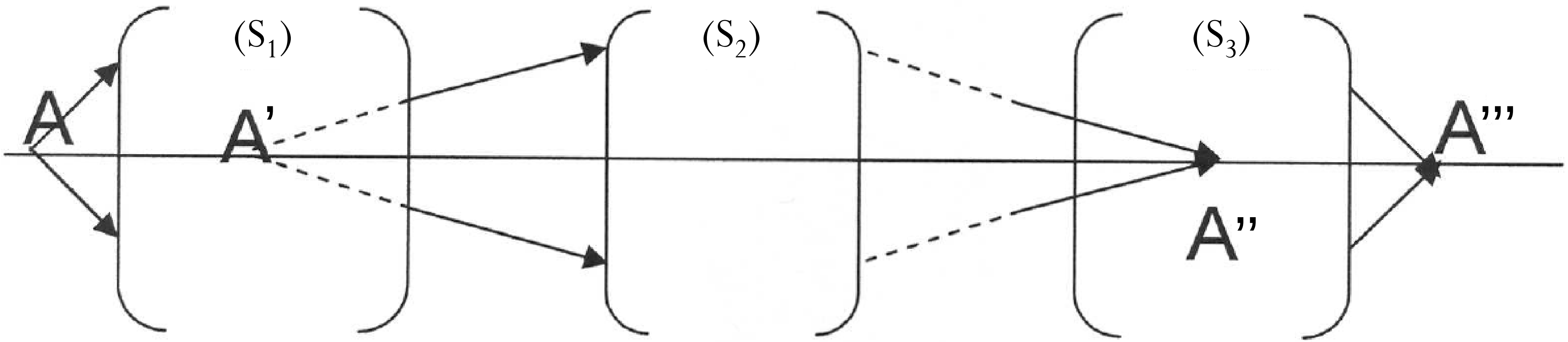
image virtuelle

Définition des espaces « réels » et « virtuels »



Chapitre II : formation des images

Cascade de systèmes : l'image (réelle ou virtuelle) de l'un devient objet (réel ou virtuel) de l'autre



A : objet réel pour S_1 et pour le système entier
A' : image virtuelle pour S_1, objet réel pour S_2
A'' : image réelle pour S_2, objet virtuel pour S_3
A''' : image réelle pour S_3 et le système entier.
NB : A et A''' sont conjugués par rapport au système entier.

II. Conditions de stigmatisme

Lorsque l'image d'un point A à travers un système optique est un point A', on dit que le système est **stigmatique**.

Seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique (les miroirs elliptiques, paraboliques, hyperboliques ou sphériques le sont pour un point ou un couple de points).

En fait le stigmatisme est rarement rigoureux et bien souvent l'image d'un point n'est pas un point mais une tache de faible dimension. On parle alors de **stigmatisme approché**.

Le stigmatisme est limité par :

- Les phénomènes de **diffraction** pour les systèmes de faible ouverture (pas de correction possible).
- Les **aberrations** pour les systèmes à grande ouverture (correction possible).

III. Conditions d'aplanétisme

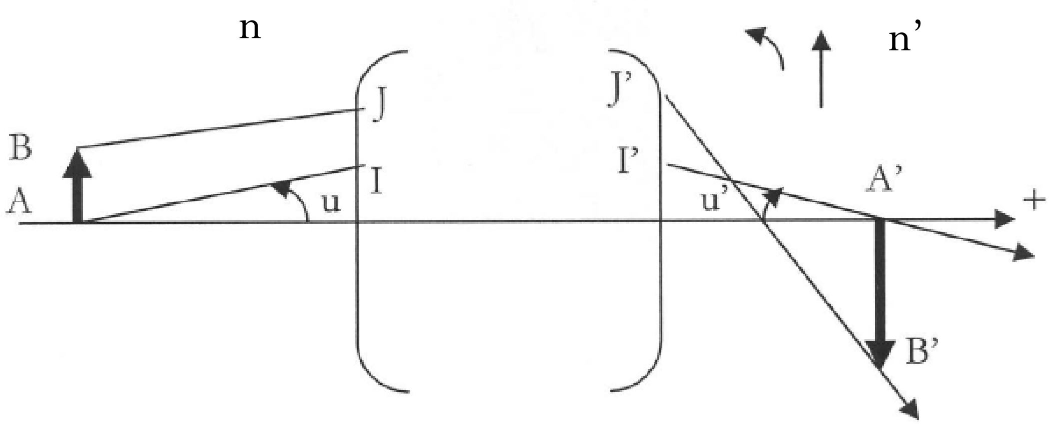
En général, un instrument optique ne se limite pas à obtenir une image ponctuelle d'un seul objet ponctuel, il s'agit également d'obtenir une image étendue d'un objet étendu.

L'aplanétisme est la propriété de conservation du stigmatisme dans un plan de front perpendiculaire à l'axe optique.

Appelons B et B' les points voisins de A et A' situés dans un plan normal à l'axe optique.

On a la condition des sinus de Abbe:

$$\boxed{n\,\overline{AB}\sin u = n'\,\overline{A'B'}\sin u'}$$



IV. Conditions de Gauss

Pour obtenir des images approximativement stigmatiques avec un système optique centré, il suffit de l'utiliser dans les conditions de Gauss.

Les conditions de Gauss sont les suivantes :

- Tous les rayons lumineux font des **angles faibles avec l'axe optique**.
  On parle alors de rayons **paraxiaux**.
- **Les angles d'incidence** de tous les rayons lumineux sur les différents dioptres et miroirs constituant le système optique centré **sont faibles**.

Pour qu'un système optique centré soit dans les conditions de Gauss, il faut qu'il soit à **faible ouverture**.

Chapitre II : formation des images

Est-ce qu'un vidéoprojecteur qui forme une image de 1 m de large à une distance de 3 m respecte les conditions de Gauss?

L'angle θ que font les rayons extrêmes avec l'axe optique est donné par :

$$\tan \theta = 0{,}5\ /3 \text{ soit } \theta \approx 9{,}5° \approx 0{,}17 \text{ rad.}$$

Cette valeur de l'angle diffère de la valeur de la tangente d'environ 1% :

$$(\theta - \tan \theta)\ /\ \tan \theta = 0{,}009$$

Si on suppose que l'erreur est du même ordre de grandeur sur la position du rayon, on obtient une erreur d'une dizaine de millimètres pour un écran de 1 m. Un vidéoprojecteur HD affiche 1920 pixels par ligne donc chaque pixel prend 1 / 1920 ≈ 0,5 mm sur l'écran.

Il n'est donc pas suffisant de se placer dans les conditions de Gauss pour concevoir un vidéoprojecteur de ce type.

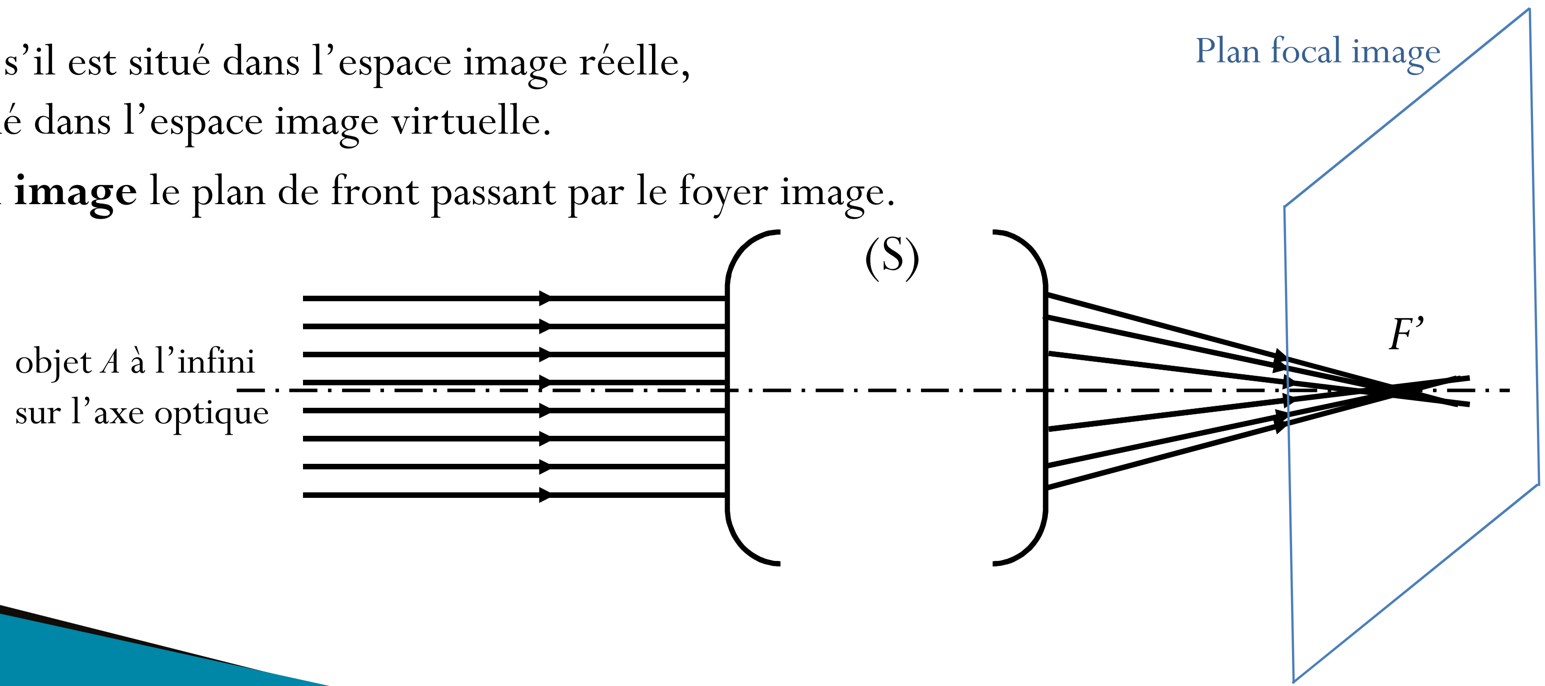
V. Foyers et plans focaux

Dans les conditions de Gauss, on appelle **foyer principal image *F'*** (ou point focal image) l'image d'un point objet *A* situé à l'infini sur l'axe optique :

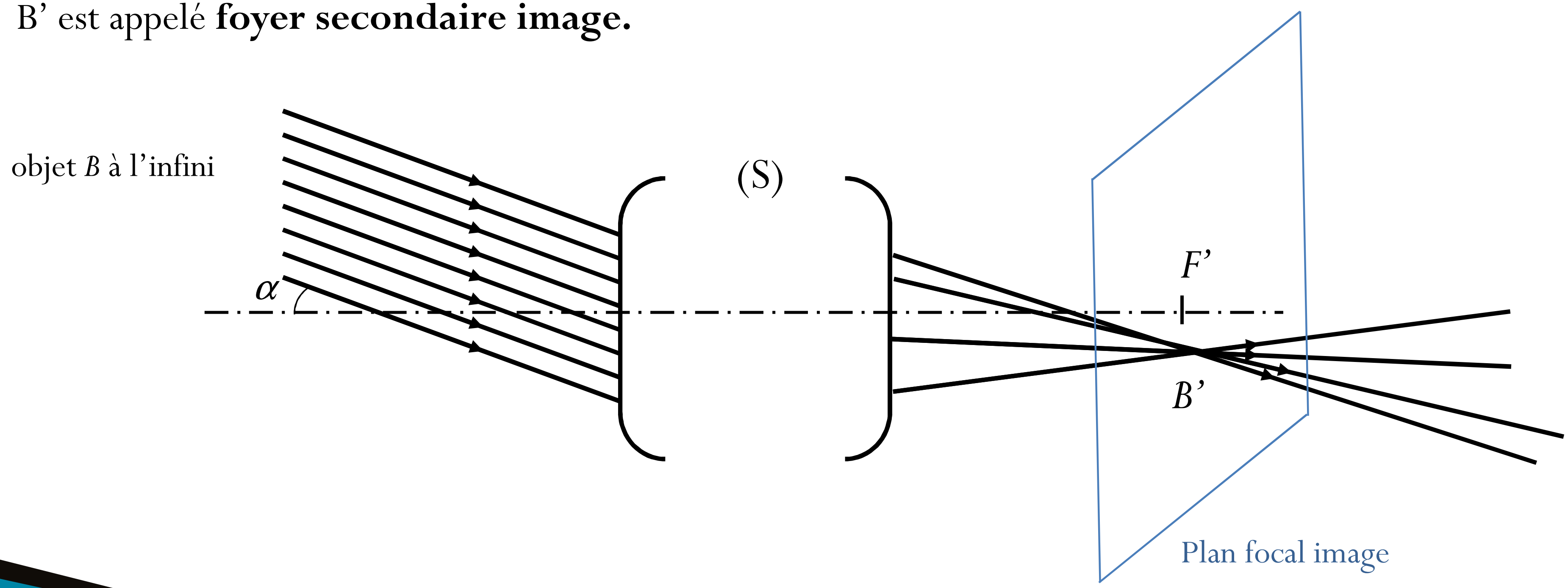
$$F' = \lim_{A \to \infty} A'$$

Le foyer image est réel s'il est situé dans l'espace image réelle,
il est virtuel s'il est situé dans l'espace image virtuelle.

On appelle **plan focal image** le plan de front passant par le foyer image.



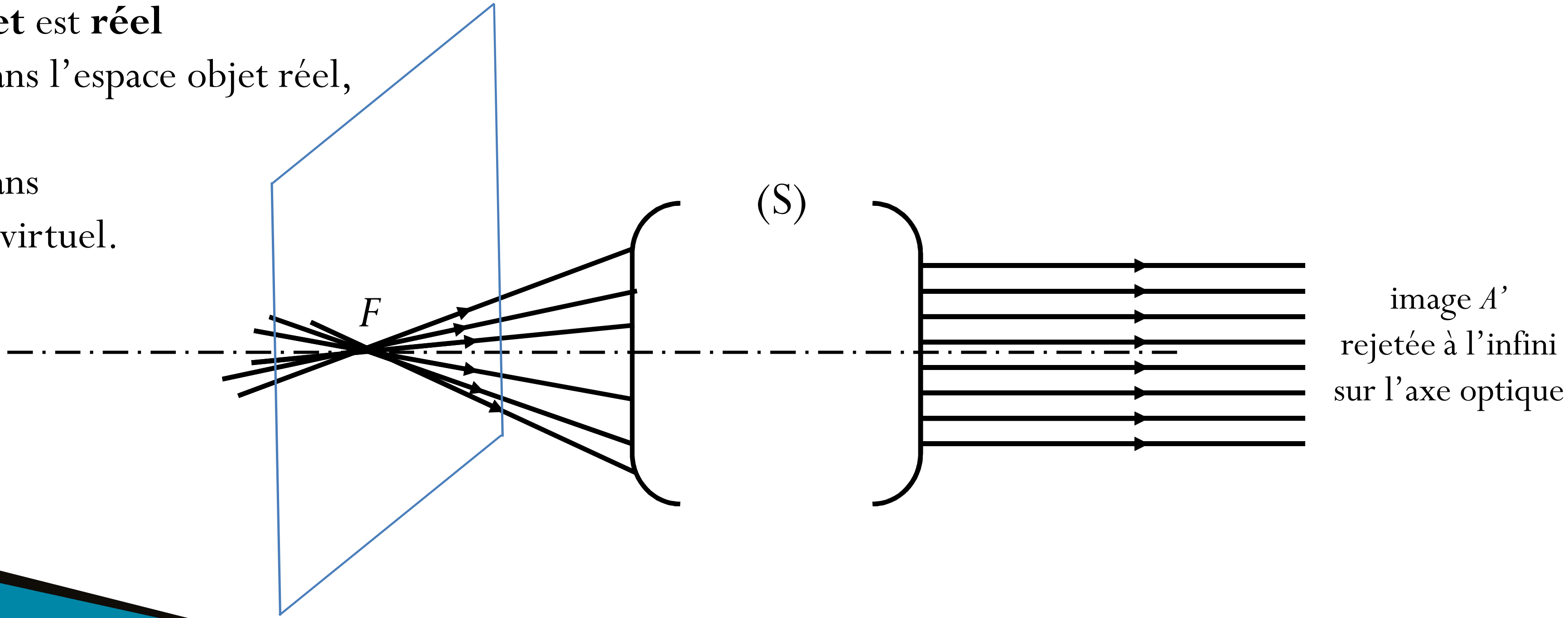
En vertu de la propriété d'aplanétisme approché, l'image *B'* d'un objet *B* situé à l'infini dans une direction α peu inclinée par rapport à l'axe optique est située dans le plan focal image.
B' est appelé **foyer secondaire image.**



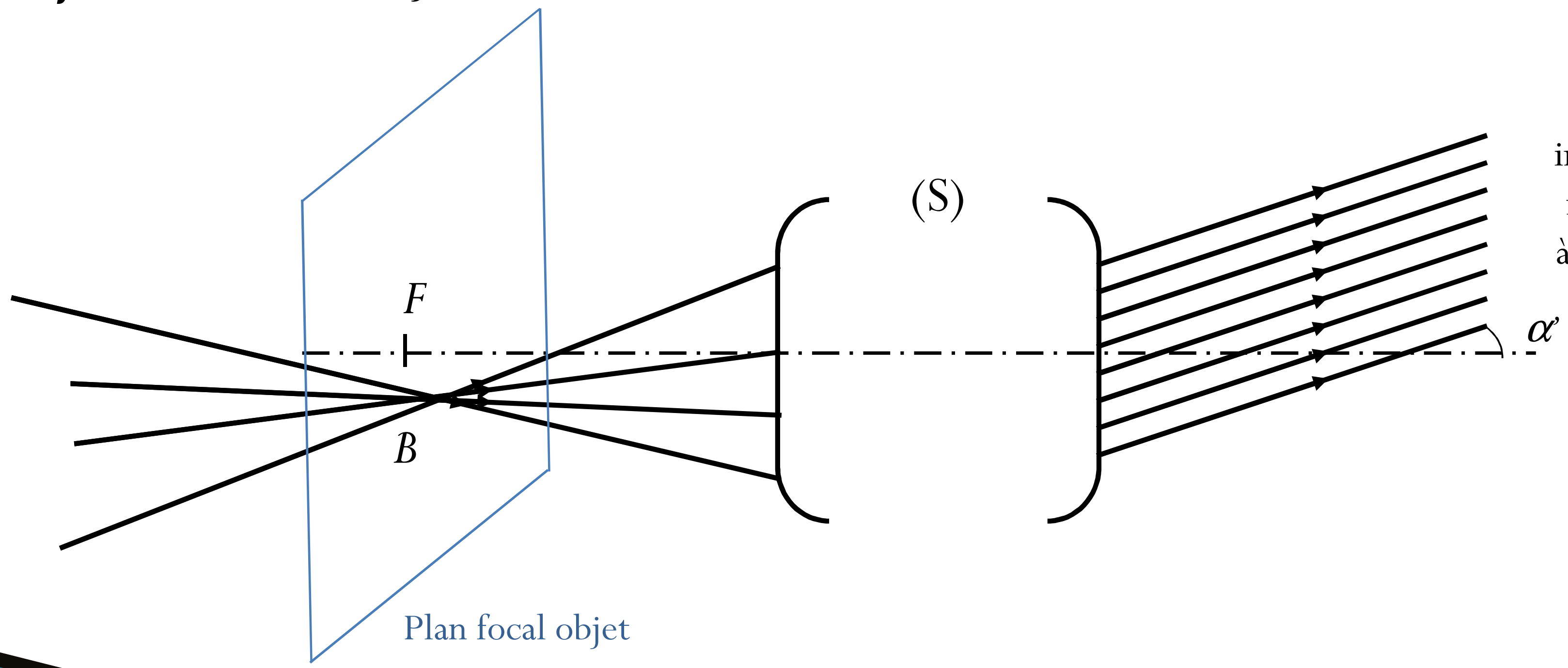
Dans les conditions de Gauss, on appelle **foyer principal objet *F*** (ou point focal objet) l'objet d'un point image *A'* rejeté à l'infini sur l'axe optique :

$$F = \lim_{A' \to \infty} A$$

Le **foyer objet** est **réel**
s'il est situé dans l'espace objet réel,
il est **virtuel**
s'il est situé dans
l'espace objet virtuel.



En vertu de la propriété d'aplanétisme approché, l'objet *B* d'une image *B'* rejetée à l'infini dans une direction α' peu inclinée par rapport à l'axe optique est située dans le **plan focal objet**.
B est appelé **foyer secondaire objet.**



Chapitre II : formation des images

Remarques:

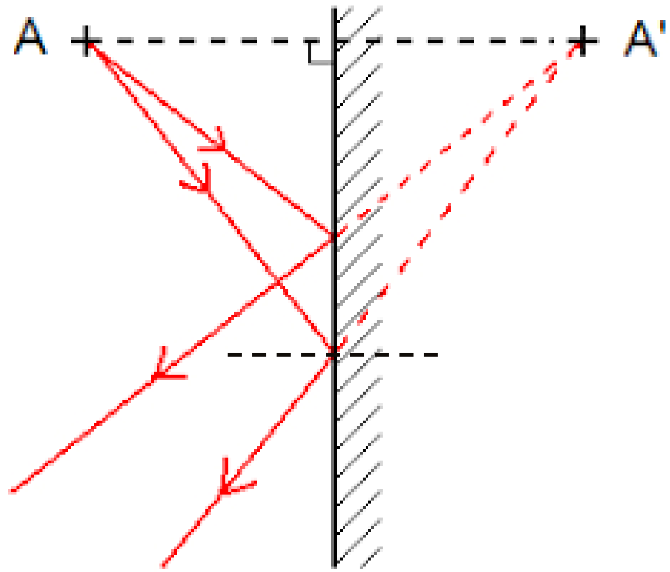
Les foyers principaux **objet *F* et image *F'* ne sont pas des points conjugués**.

Deux cas peuvent se présenter:

- Les deux foyers sont tous les deux à des **distances finies** et le **système centré** est dit **à foyers**.
- Les deux **foyers sont rejetés à l'infini** et le **système** est dit **afocal**.

VI. Miroir plan

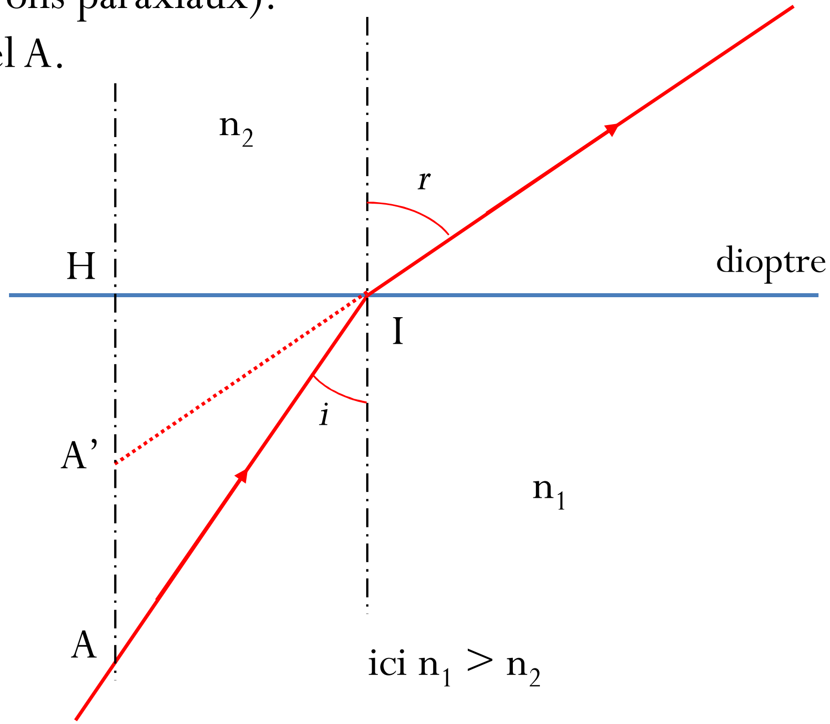
Un rayon lumineux issu d'un point A se réfléchit sur un miroir plan suivant les lois de Descartes-Snell.
Un miroir plan donne une image virtuelle A' d'un objet réel A et inversement une image réelle d'un objet virtuel.
Le miroir plan est rigoureusement stigmatique.



VII. Dioptre plan

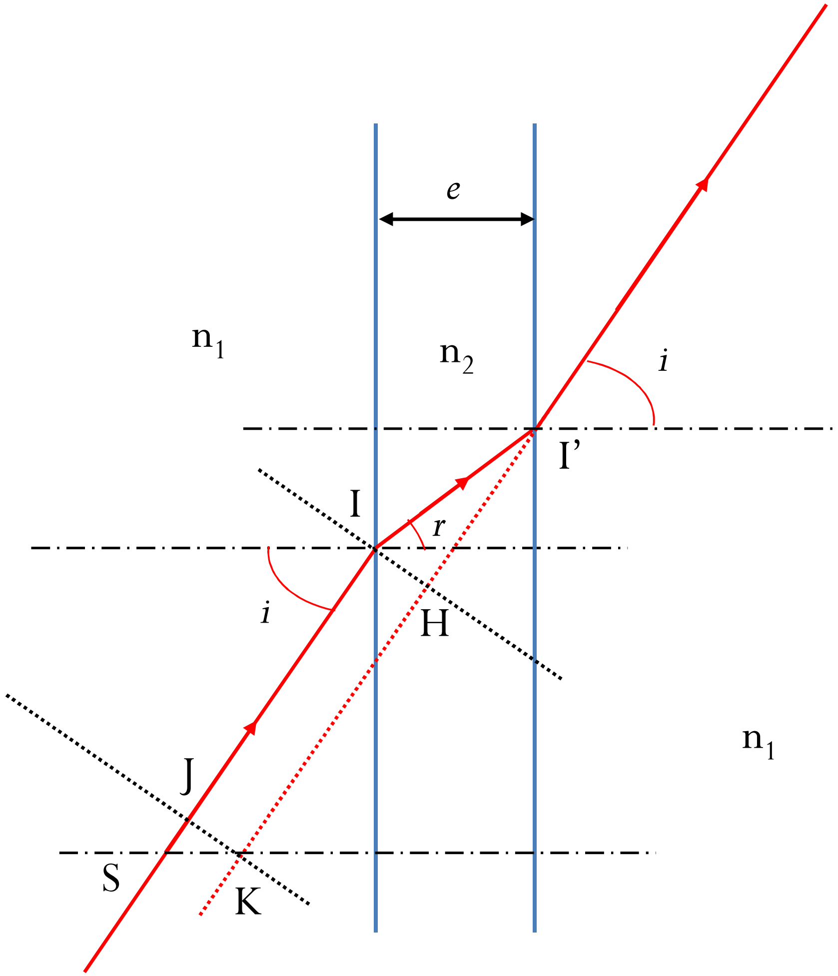
Un rayon lumineux issu d'un point A se réfracte au passage d'un dioptre plan suivant les lois de Descartes-Snell.
Un dioptre plan n'est pas parfaitement stigmatique et il faut pour avoir une image convenable que les rayons issus de l'objet traversent le dioptre sous une faible incidence (rayons paraxiaux).
Un dioptre plan donne une image virtuelle A' d'un objet réel A.

$AA' = HA\,(1 - n_2/n_1)$



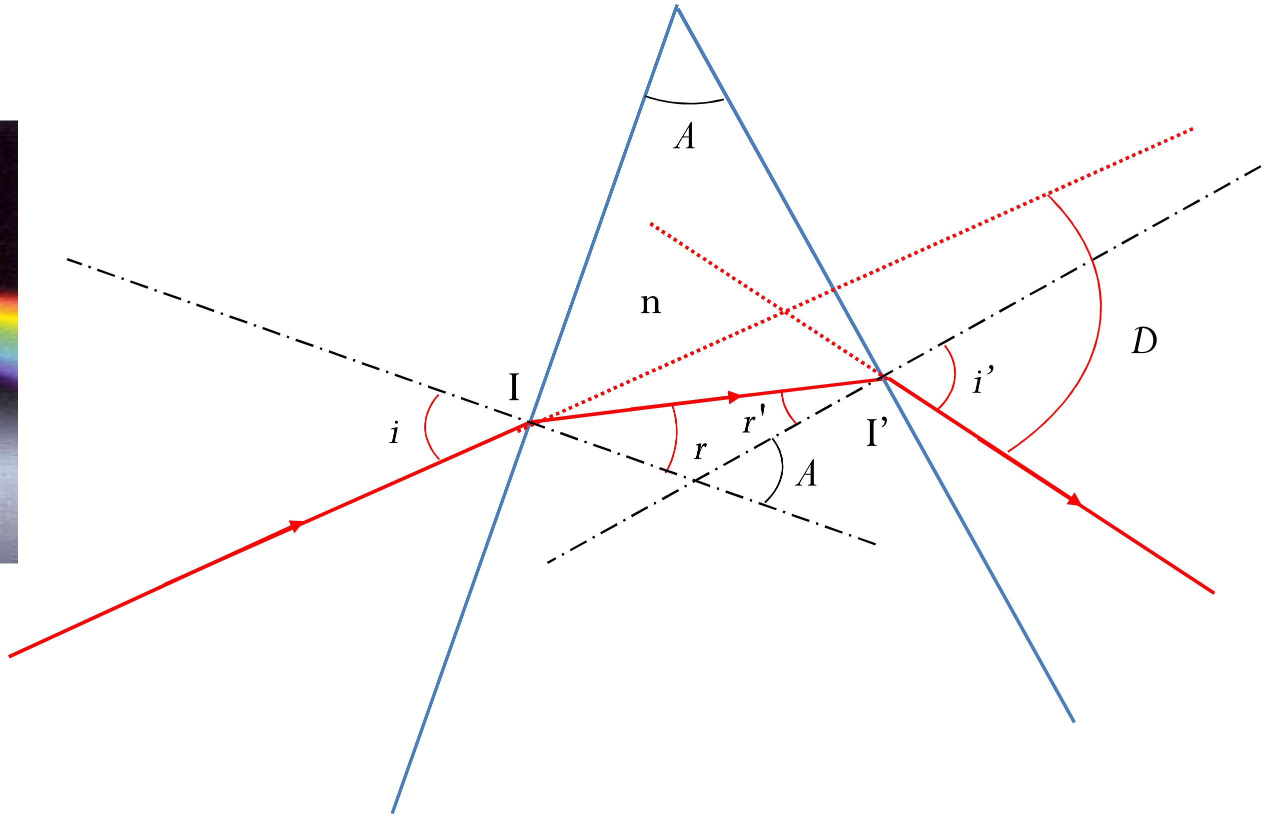
Chapitre II : formation des images

Lame à faces parallèle : $\boxed{SK = e\,(1 - n_1/n_2)}$



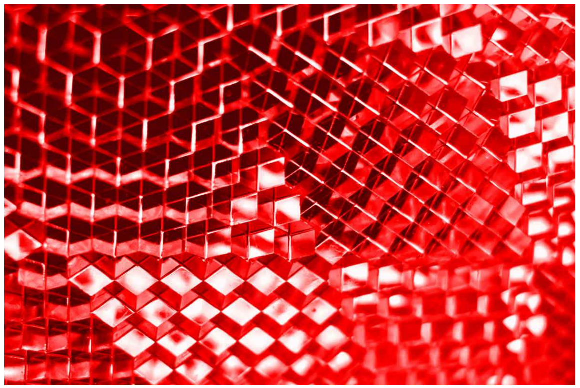
Chapitre II : formation des images

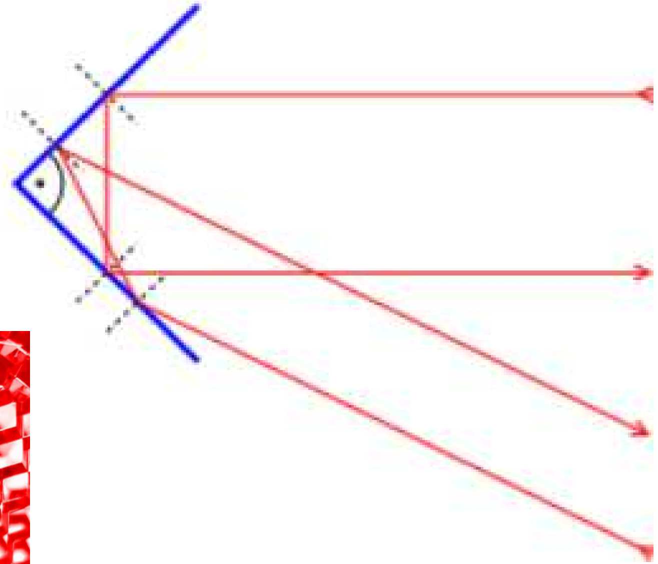
Prisme : $\boxed{D = A\,(\,n - 1\,)}$



Catadioptre: prisme à réflexion totale

Réflexion totale sur les dioptres du prisme et réflexion dans la direction d'incidence.





VIII. Dioptre sphérique

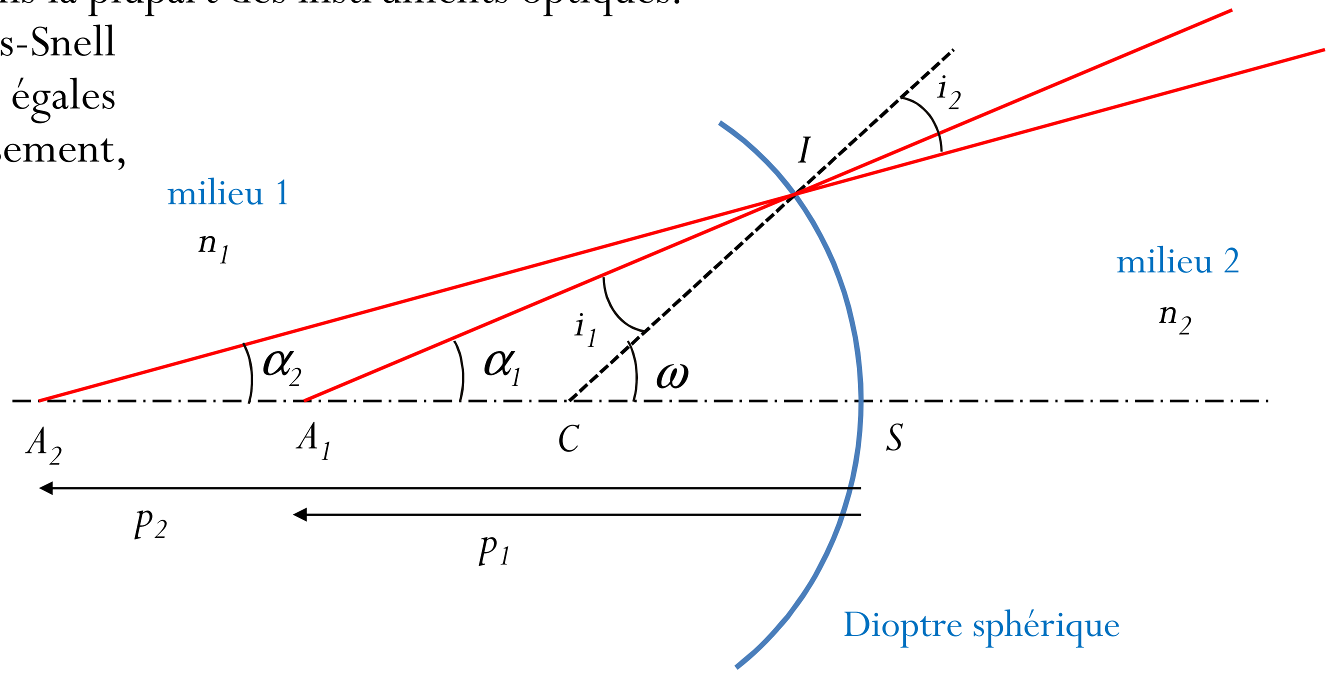
Un dioptre sphérique sépare deux milieux homogènes transparents d'indices différents n_1 et n_2.
Il est caractérisé par son centre C, son rayon de courbure R.
Les dioptres sphériques sont utilisés dans la plupart des instruments optiques.
En repartant de la relation de Descartes-Snell avec l'hypothèse que les tangentes sont égales aux angles, on peut réécrire le grandissement, on obtient la relation de conjugaison :

- Origine au sommet :

$$\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$$

- Origine au centre :

$$\frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$$

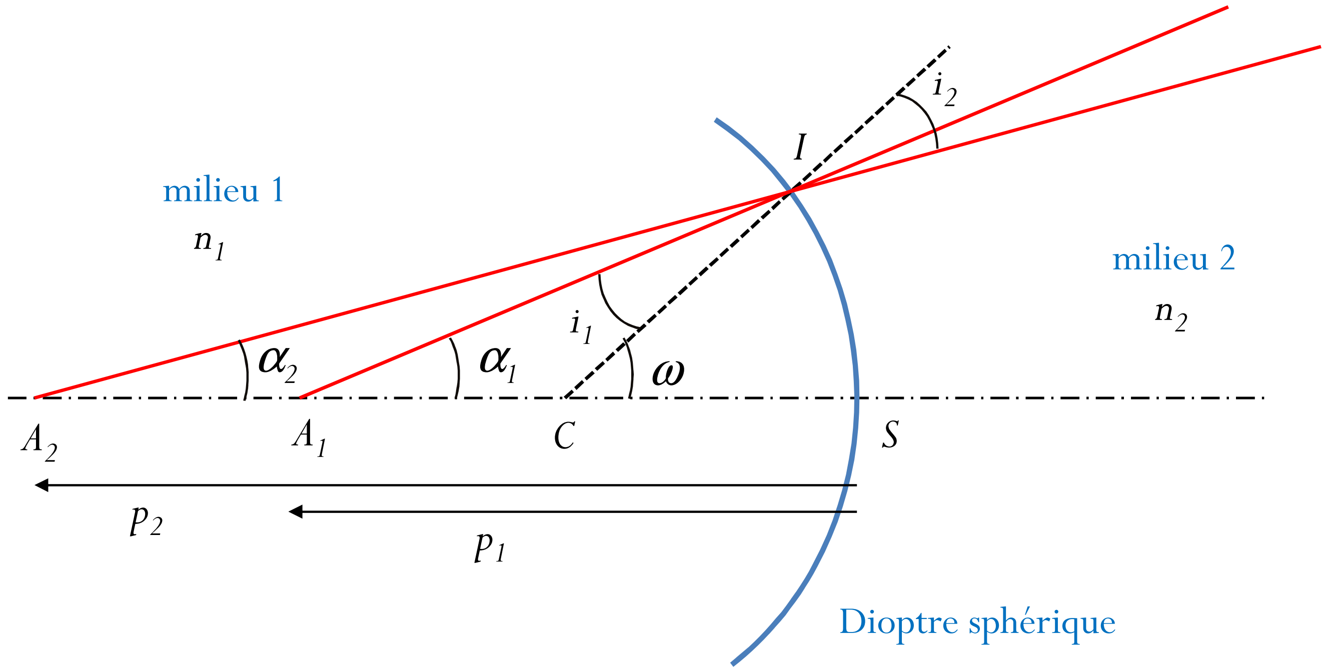


En posant :

$$p_1 = \overline{SA_1} \ et \ p_2 = \overline{SA_2} \text{ et } R = \overline{SC}$$

On obtient la formule de conjugaison sous la forme :

$$\boxed{\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}}$$



En plaçant l'objet A_1 à l'infini (p_1 tend vers ∞) on a alors A_2 au point F_2 **foyer image**:

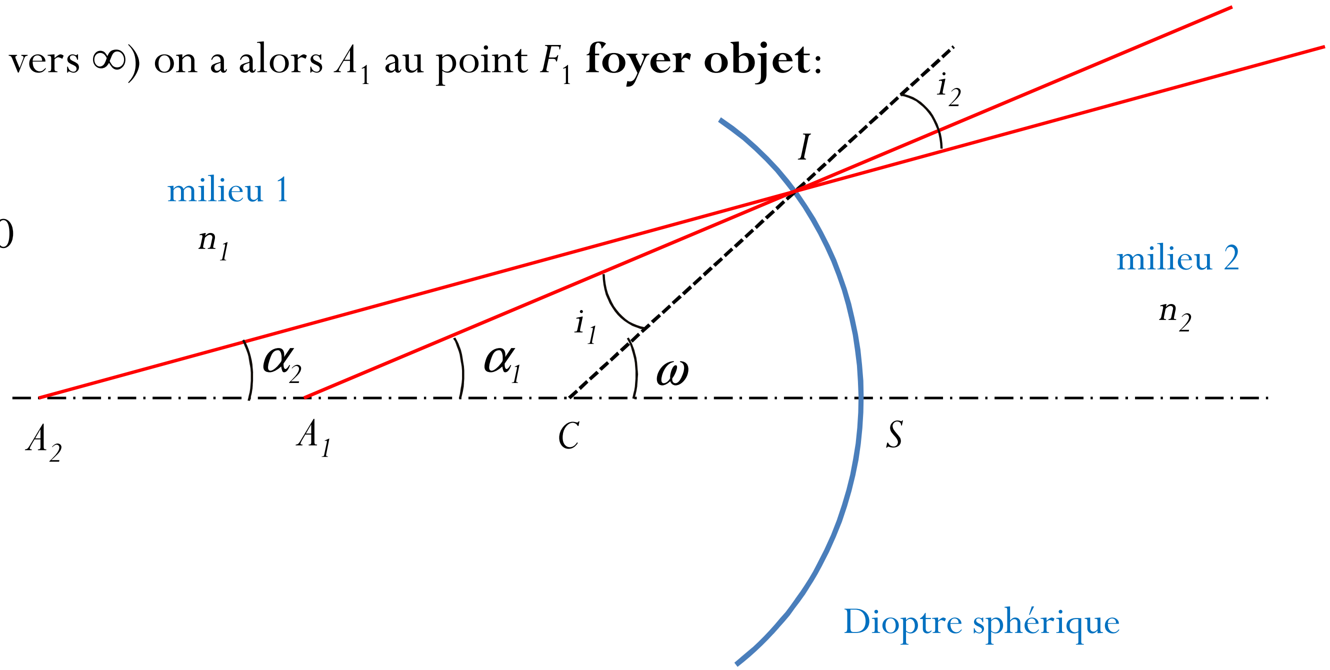
$$f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

Si $n_1 > n_2$. et $R = \overline{SC} < 0$ alors $f_2 > 0$

En plaçant l'image A_2 à l'infini (p_2 tend vers ∞) on a alors A_1 au point F_1 **foyer objet**:

$$f_1 = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R$$

Si $n_1 > n_2$. et $R = \overline{SC} < 0$ alors $f_1 < 0$

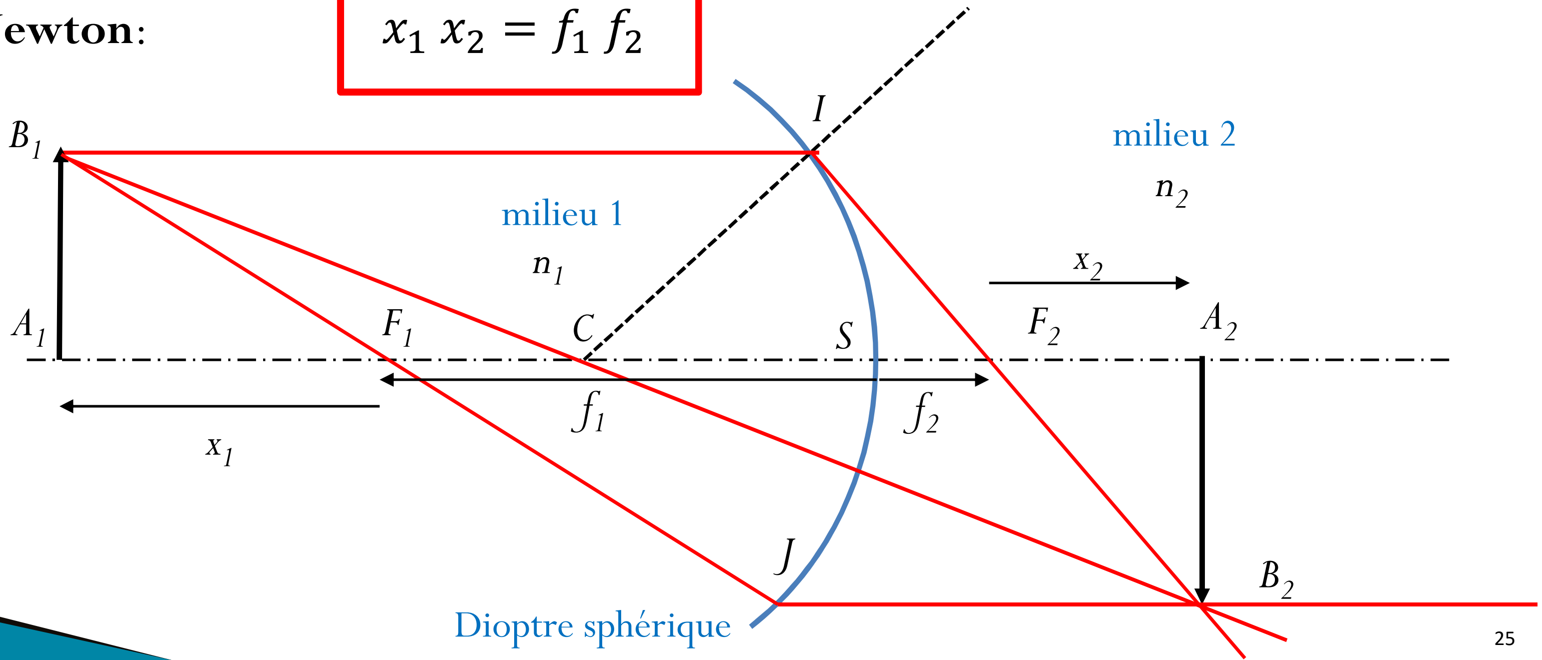


En remarquant que : $\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}$

On obtient la **formule de conjugaison** : $\boxed{\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1}$

Et en posant : $x_1 = \overline{F_1A_1}$ et $x_2 = \overline{F_2A_2}$

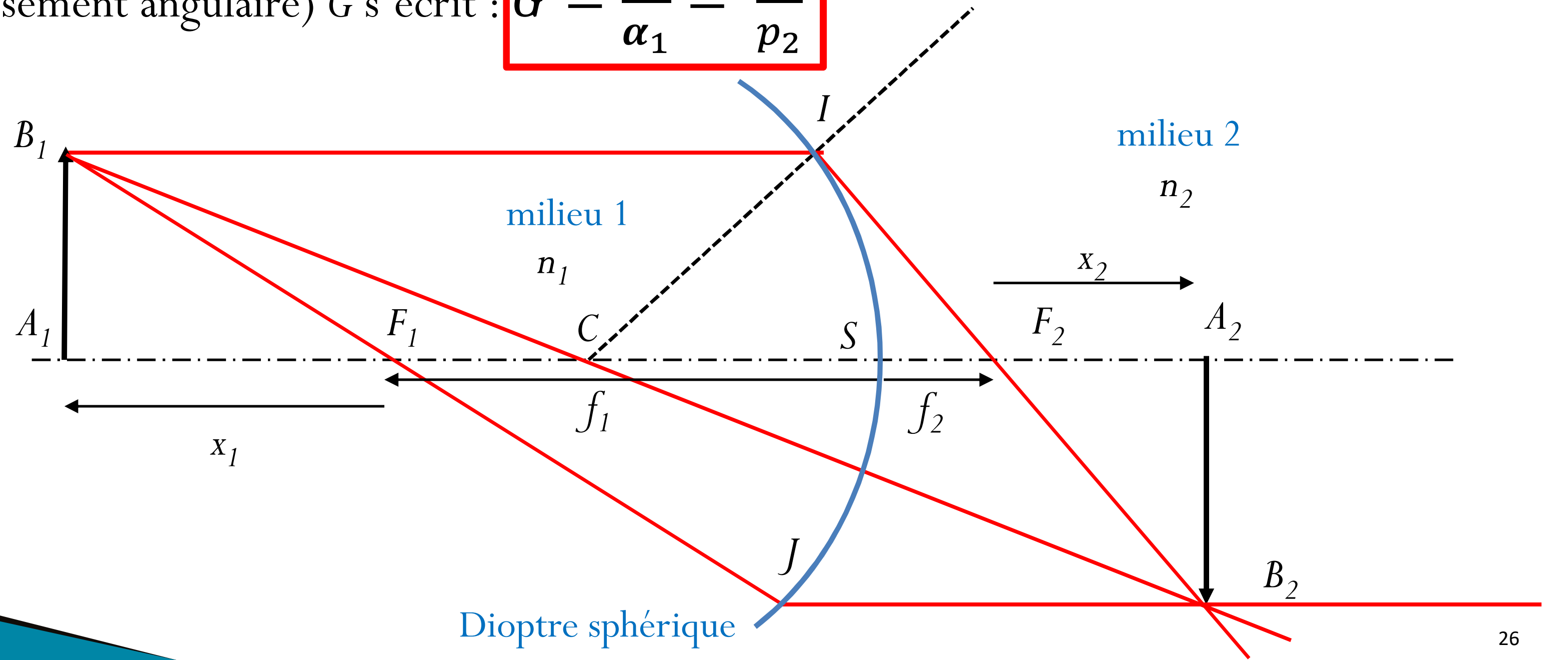
on obtient la **relation de Newton**: $\boxed{x_1\,x_2 = f_1\,f_2}$



Le **grandissement** (linéaire) γ s'écrit: $\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{x_2}{f_2}$

ou $\boxed{\gamma = -\frac{f_1}{x_1}}$

Le **grossissement** (grandissement angulaire) G s'écrit : $\boxed{G = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{p_1}{p_2}}$



En repartant de :

$$n_1\left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{R}\right) = n_2\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{R}\right)$$

On obtient la **relation de Lagrange-Helmoltz** :

$$n_1\,\overline{A_1B_1}\;\;\alpha_1 = n_2\,\overline{A_2B_2}\;\;\alpha_2$$

La formule de Lagrange- Helmoltz est la limite aux petits angles de la formule de sinus d'Abbe.

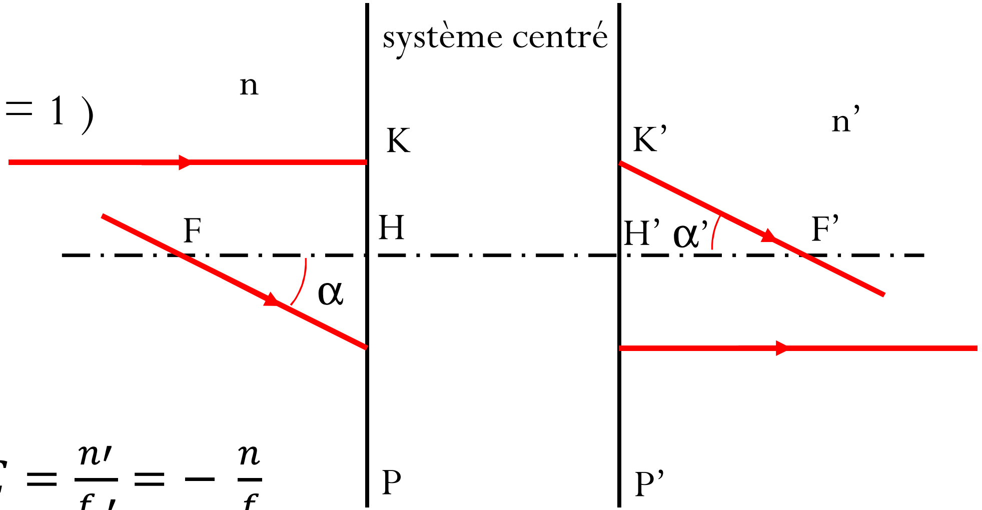
On en déduire la relation suivante entre les grandissements angulaire G et linéaire γ :

$$\boxed{G\,\gamma = \frac{n_1}{n_2}}$$

X. Systèmes centrés

Hypothèses et définitions :

- Approximation de Gauss
- Formule de Lagrange-Helmoltz : $n\,\overline{AB}\,\alpha = n'\,\overline{A'B'}\,\alpha'$
- Foyers et plan focaux : *F* foyer objet et *F'* foyer image
- Plans principaux P et P' :
  2 plans de front conjugués et de grandissement égal à 1 ($\gamma = 1$)
- Distances focales : objet $f = \overline{HF}$ et image $f' = \overline{H'F'}$
  On obtient alors la relation suivante : $\frac{f}{f'} = -\frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{n}{n'}$
  Ainsi *f* et *f'* sont toujours de signe opposé :
  si $f' > 0$ et $f < 0$ le système est convergent
  si $f' < 0$ et $f > 0$ le système est divergent
  On pose C la vergence du système (en dioptrie) avec $C = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$



Chapitre II : formation des images

- Formules de conjugaison

Origine aux plans principaux : $\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$ ou $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'} = C$ car $\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$

et le grandissement (transversal) γ s'écrit : $\gamma = \frac{n}{n'}\frac{p'}{p}$

Origine aux foyers (relation de Newton) : $x\,x' = f f'$