Optique Photographique

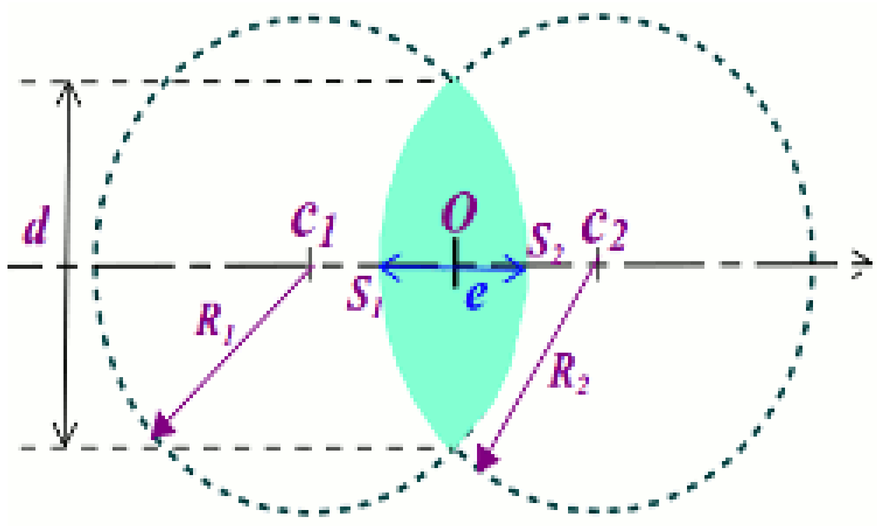
Chapitre III : lentilles minces

Sommaire

I. Définitions

Une lentille est **un milieu transparent homogène**, d'indice de réfraction n, limité par un ensemble de **deux dioptres** dont **l'un au moins est sphérique** et l'autre pouvant être sphérique ou plan.
Les deux dioptres ont leurs centres de courbure alignés sur un axe appelé axe optique.

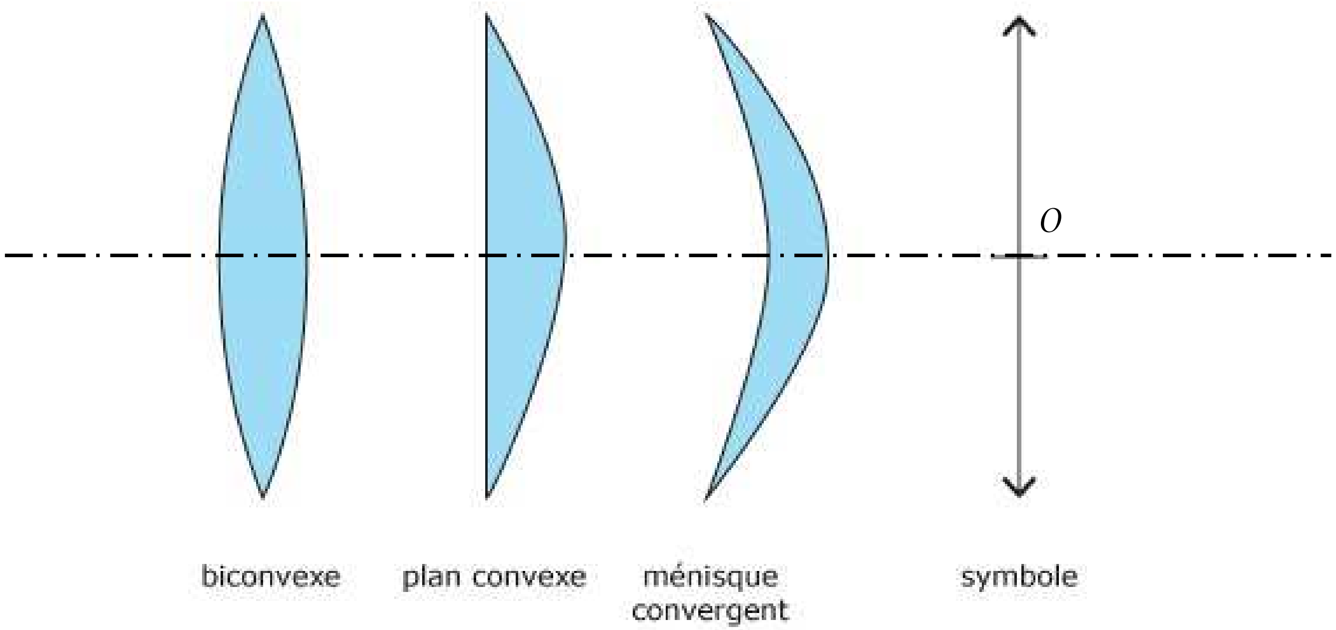
Une **lentille** est dite **mince** quand **son épaisseur** mesurée sur l'axe optique est très **petite** comparée aux rayons de courbure des dioptres.
Les sommets des deux dioptres peuvent alors être pratiquement confondus en un même point *O* appelé **centre optique** de la lentille.



chapitre III : lentilles minces

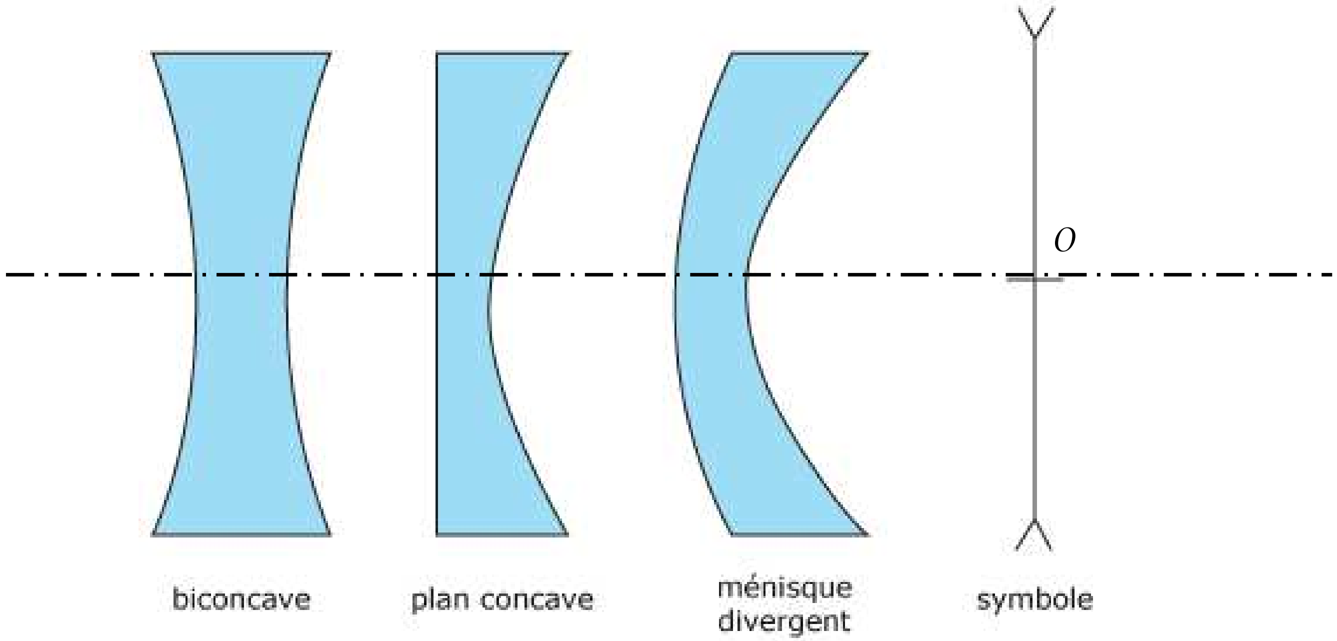
Il n'existe que deux types de lentille mince:

- Les lentilles à **bord mince**, appelées **lentilles convergentes.**



chapitre III : lentilles minces

- Les **lentilles à bord épais**, appelées **lentilles divergentes**.



II. Vergence et formule de conjugaison

Les **foyers d'une lentille mince sont symétriques** par rapport au centre optique (indices de réfraction identiques de part et d'autre de la lentille: $n = n'$).

$D = (n - 1)\, A$

$A = \alpha_1 + \alpha_2$ (rayons perpendiculaires aux tangentes aux dioptres)

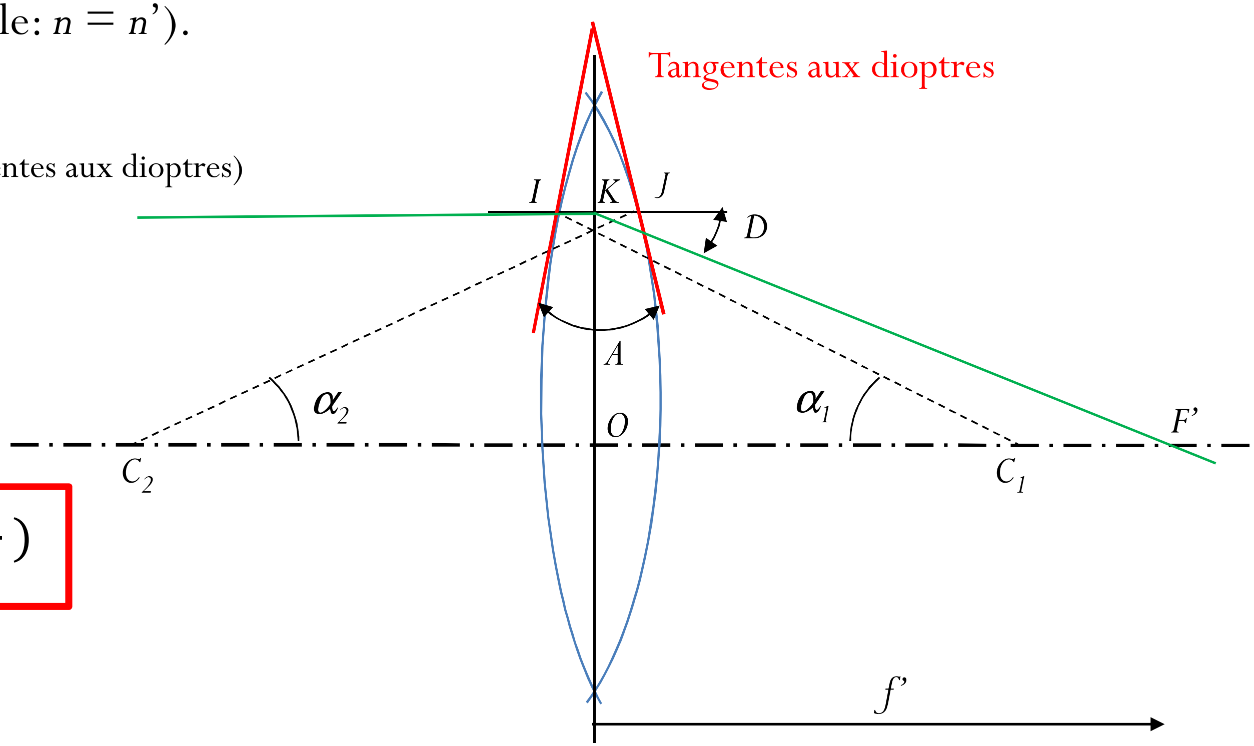
Avec $\overline{OK} = \alpha_1 R_1 = - \alpha_2 R_2$

D'autre part,

$f' = \overline{OF'} = \overline{OK} / D$

D'où la vergence C :

$$\boxed{C = \frac{1}{f'} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$



chapitre III : lentilles minces

Pour un système centré, lorsque que l'origine est placée aux plans principaux, on a :

$$\frac{f}{p} + \frac{f\prime}{p\prime} = 1$$

Il vient ainsi pour les lentilles mince, puisque $f' = -f$, la **formule de conjugaison** (formule de Descartes) suivante:

$$\boxed{\frac{1}{p\prime} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f\prime}}$$

Pour une **lentille convergente**, la distance focale image ***f'* est positive**.

Pour une **lentille divergente**, la distance focale image ***f'* est négative**.

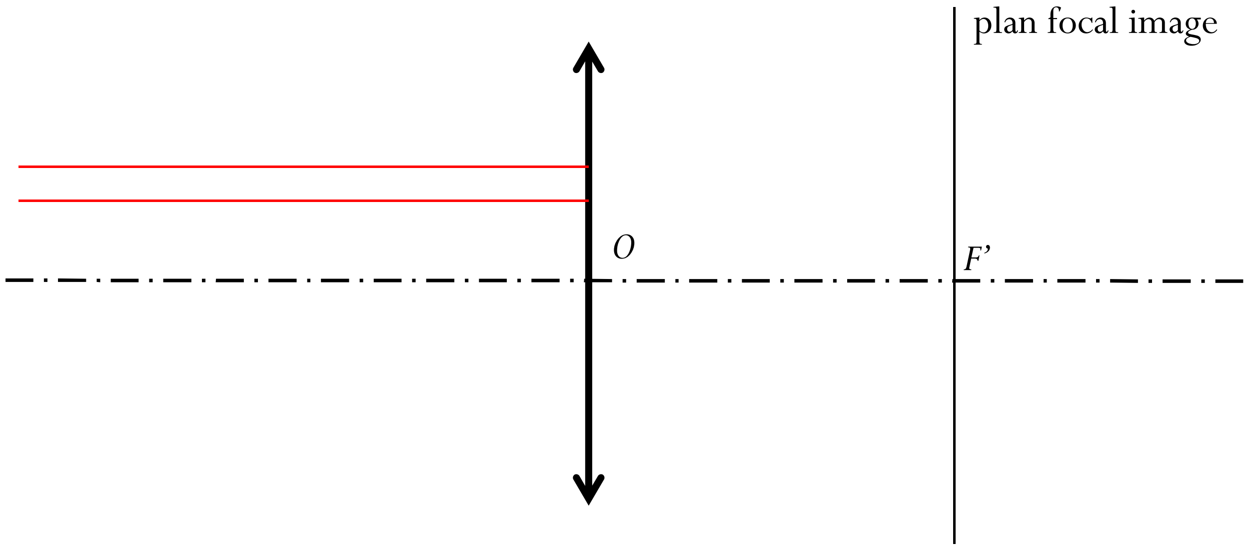
De même, lorsque l'origine est placée aux foyers, on obtient pour la **relation de Newton** :

$$\boxed{x\,x' = -f'^2}$$

III. Constructions géométriques

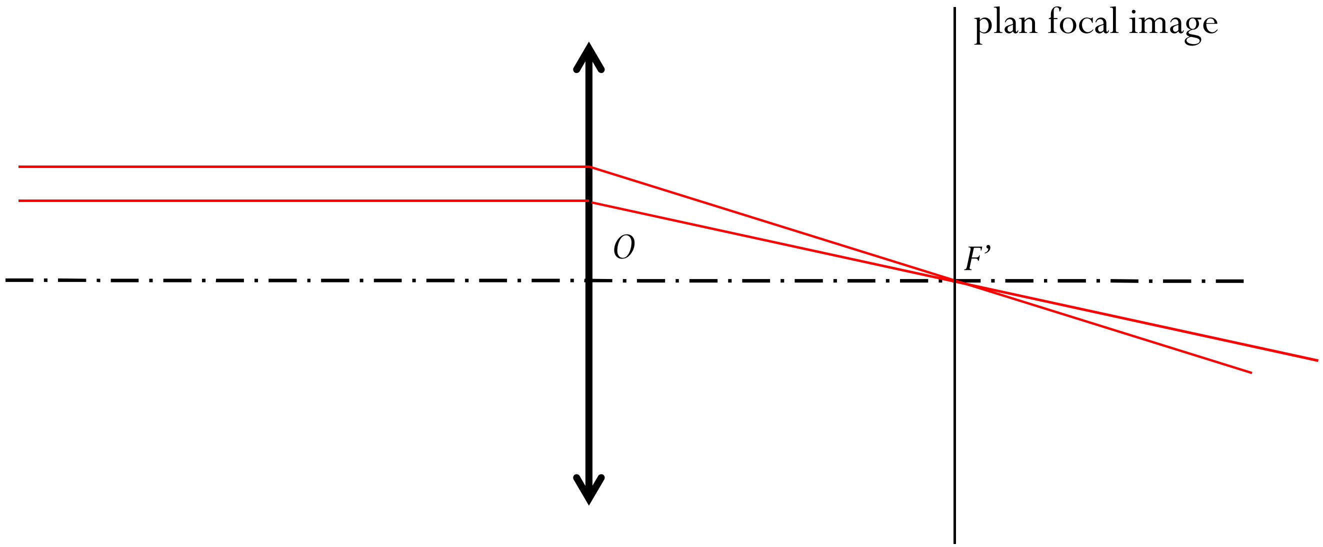
Tout **rayon passant par le centre optique** d'une lentille mince traverse celle-ci **sans subir de déviation**.

Lentille convergente :



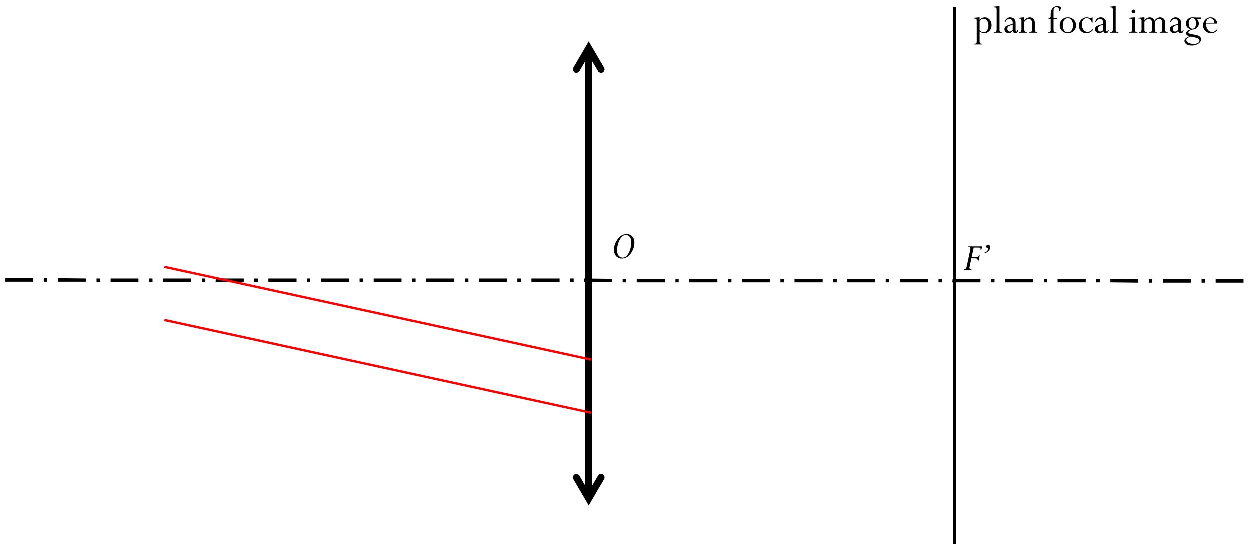
chapitre III : lentilles minces

<u>Lentille convergente :</u>



chapitre III : lentilles minces

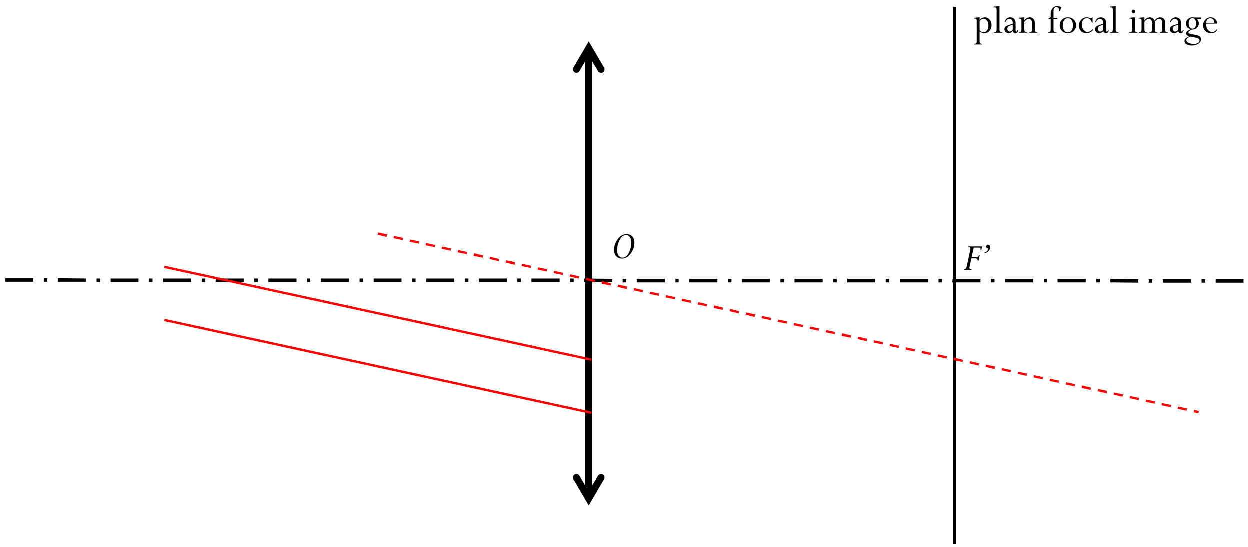
Lentille convergente :



chapitre III : lentilles minces

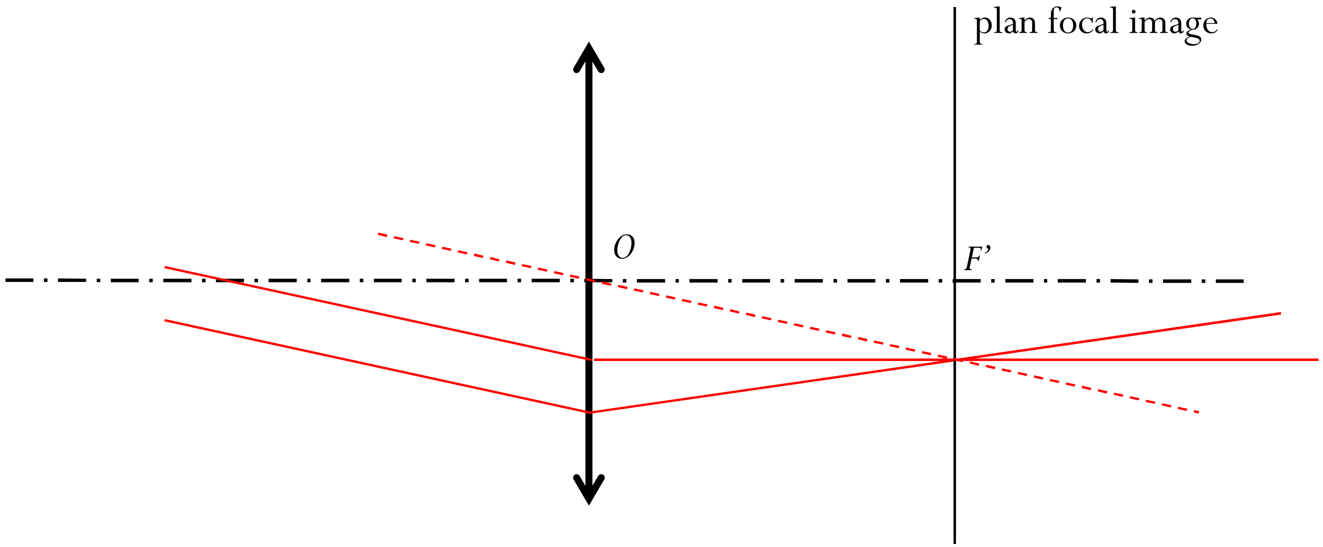
Tout **rayon passant par le centre optique** d'une lentille mince traverse celle-ci **sans subir de déviation**.

<u>Lentille convergente :</u>



chapitre III : lentilles minces

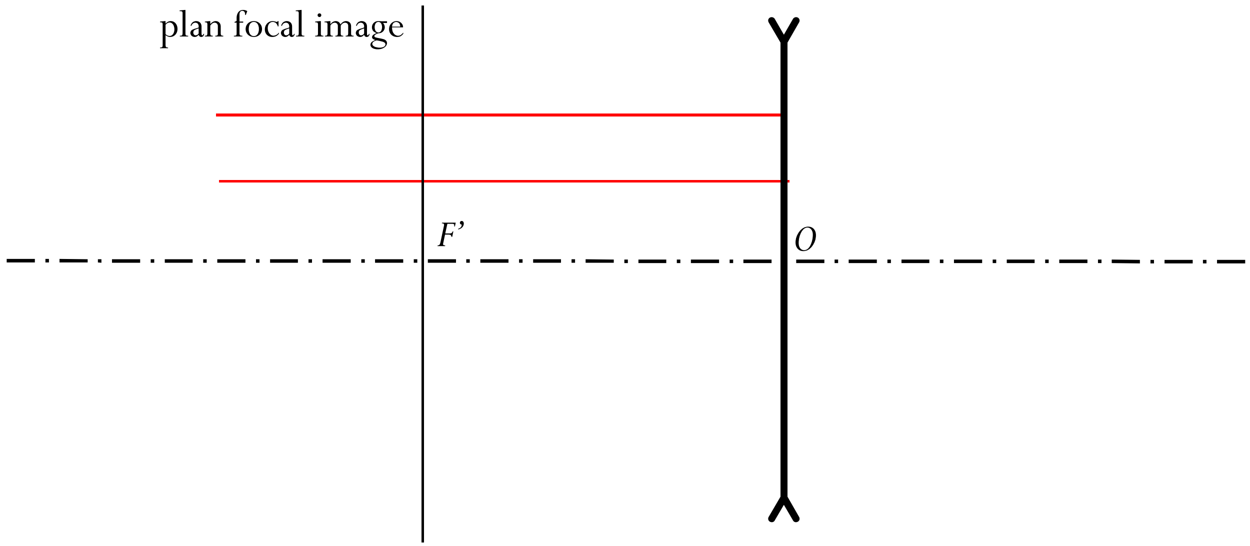
<u>Lentille convergente :</u>



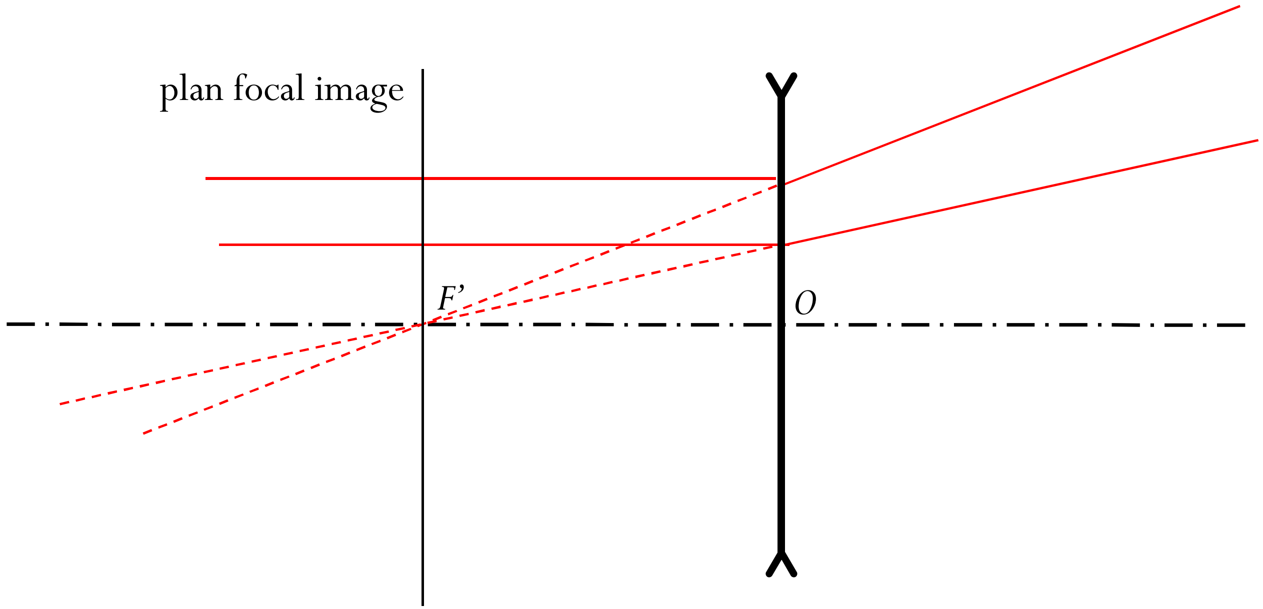
chapitre III : lentilles minces

Tout **rayon passant par le centre optique** d'une lentille mince traverse celle-ci **sans subir de déviation**.

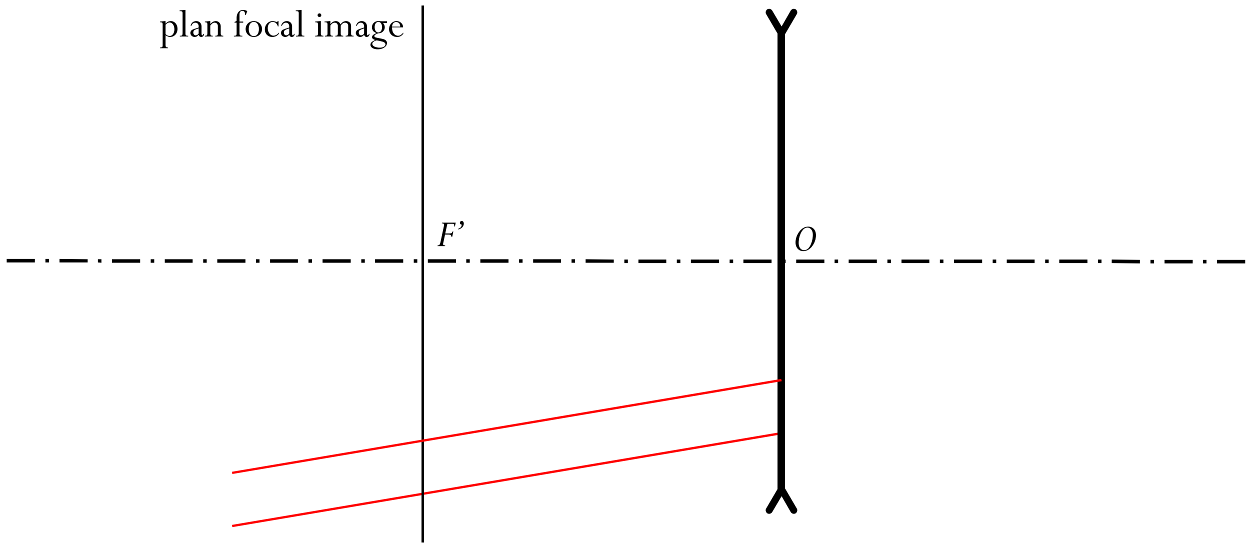
<u>Lentille divergente :</u>



Lentille divergente :

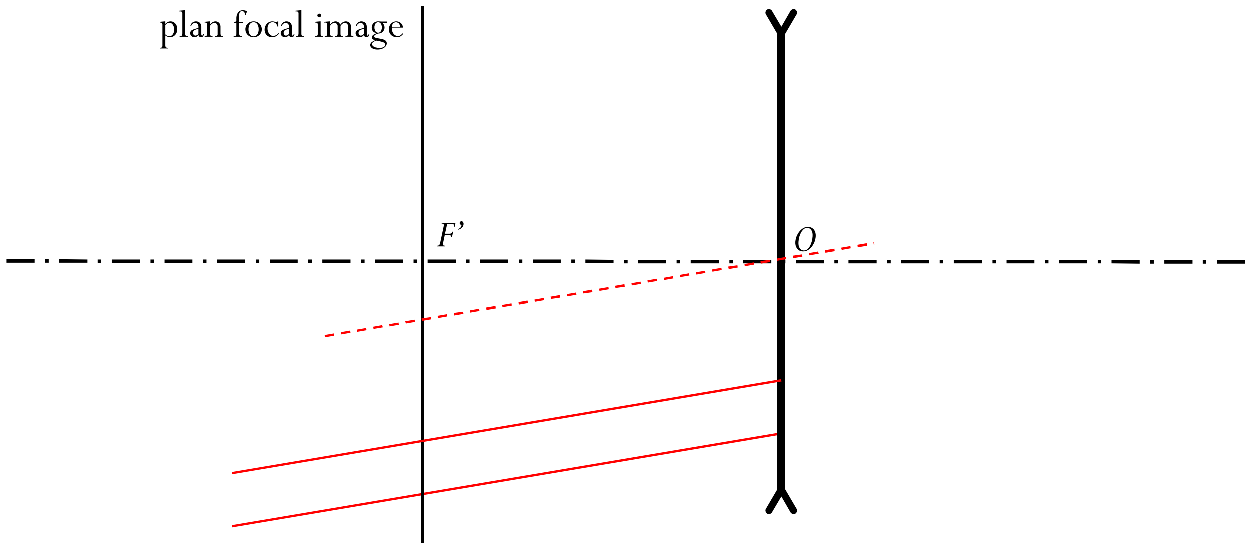


Lentille divergente :



Tout **rayon passant par le centre optique** d'une lentille mince traverse celle-ci **sans subir de déviation**.

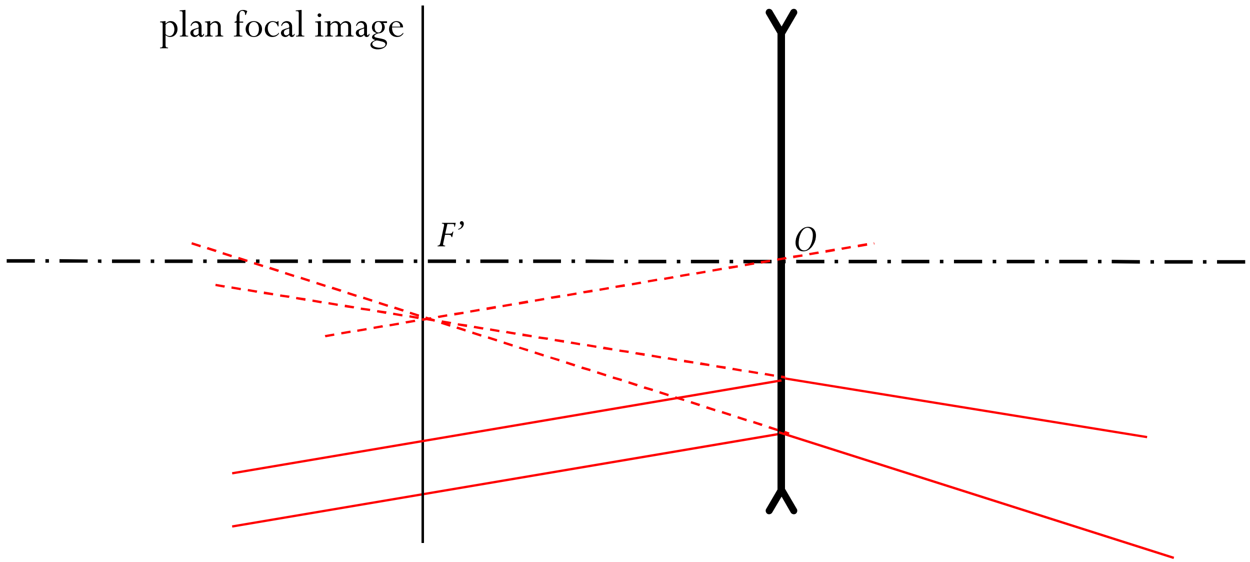
Lentille divergente :



chapitre III : lentilles minces

Tout **rayon passant par le centre optique** d'une lentille mince traverse celle-ci **sans subir de déviation**.

<u>Lentille divergente :</u>

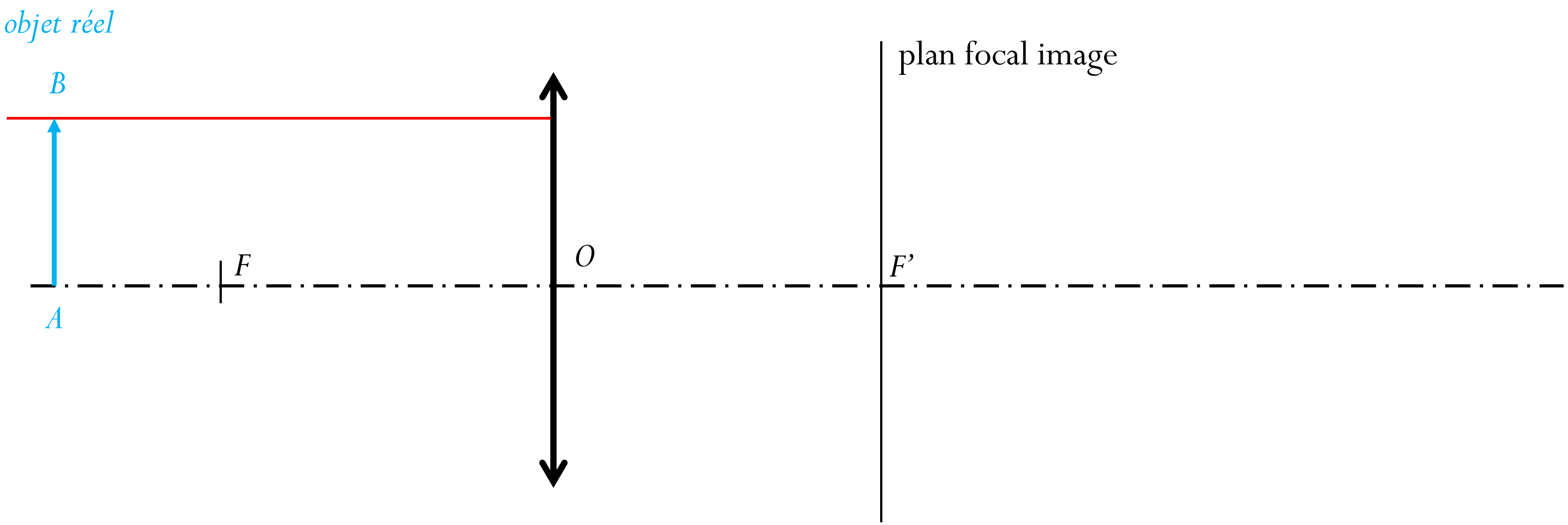


IV. Images et grandissements

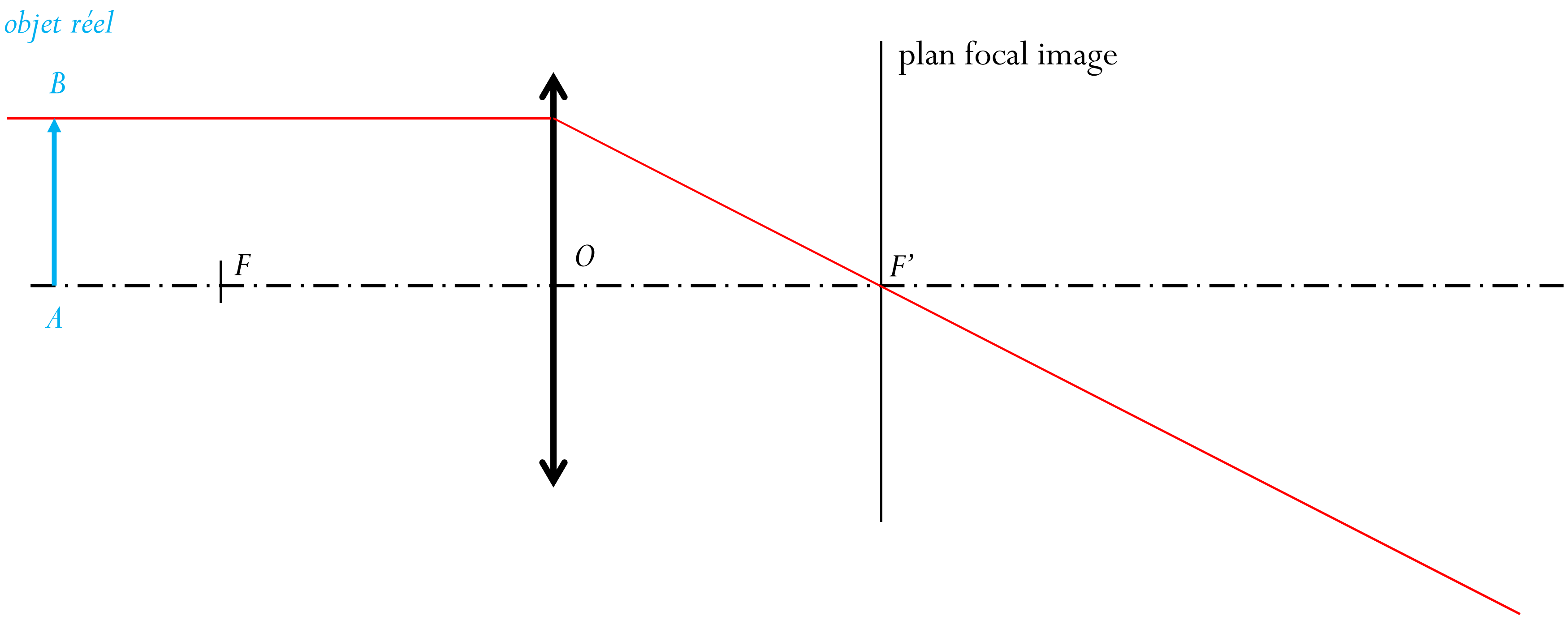
Pour construire l'image d'un objet *AB* à travers une lentille mince, on trace deux rayons issus du point *B* :
- le rayon (1), parallèle à l'axe optique, sort de la lentille par le foyer image *F'*
- le rayon (2), passant par le centre optique de la lentille, n'est pas dévié.

Les deux rayons se coupent en *B'* image de *B*.
On déduit de cette construction la position et la nature de *A'B'* et de *AB*.

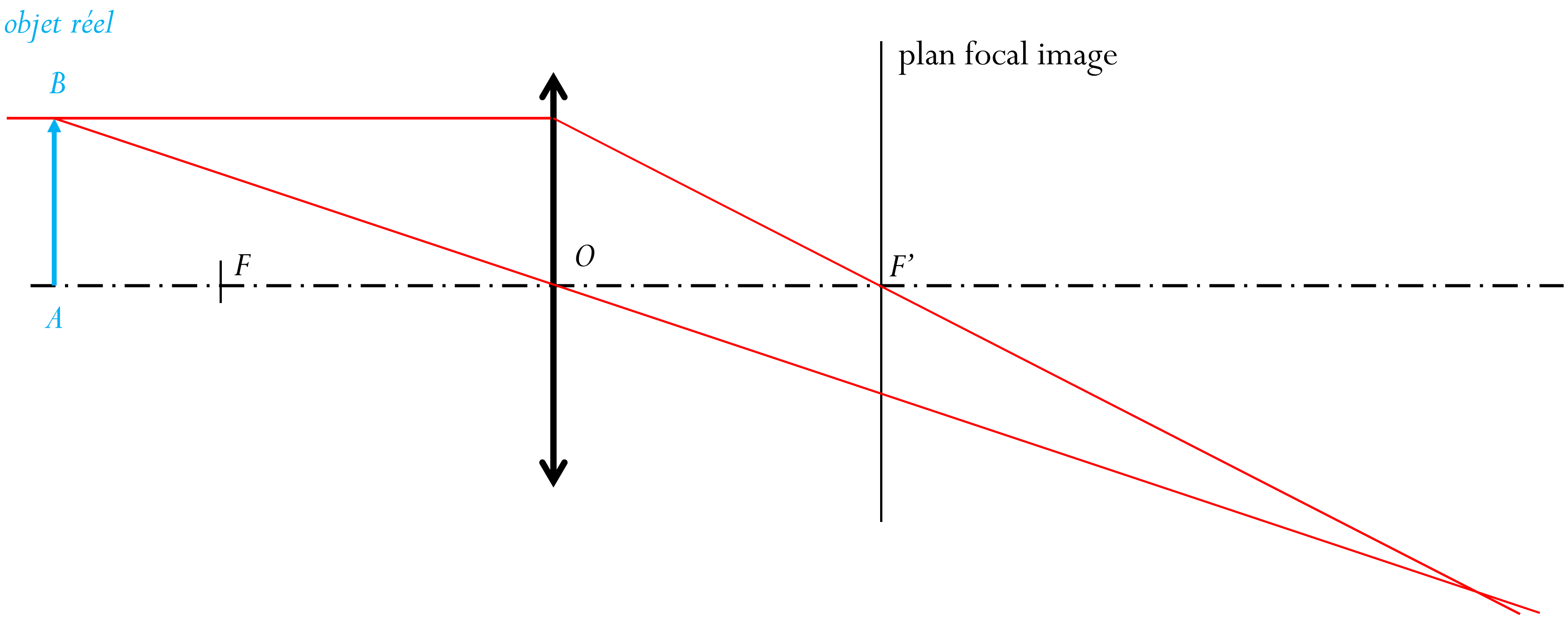
Lentille convergente : objet situé avant le foyer objet.



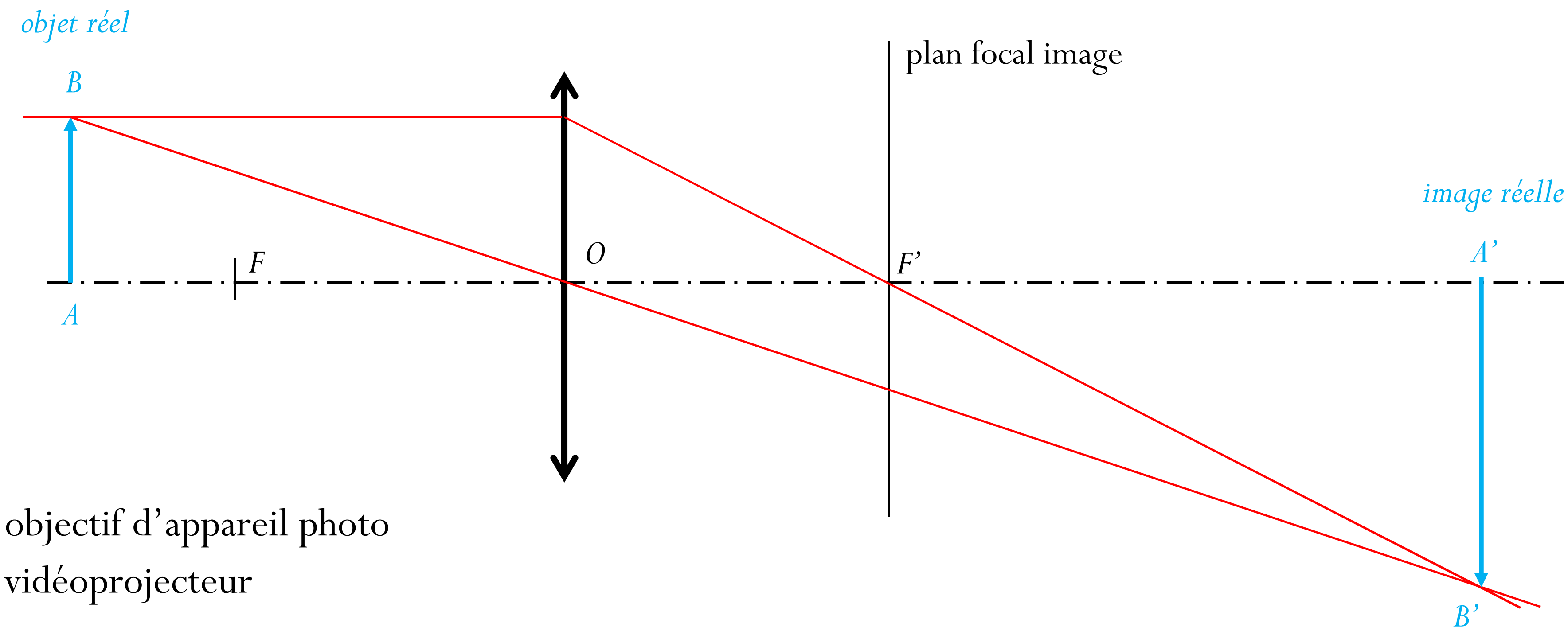
Lentille convergente : objet situé avant le foyer objet.



Lentille convergente : objet situé avant le foyer objet.



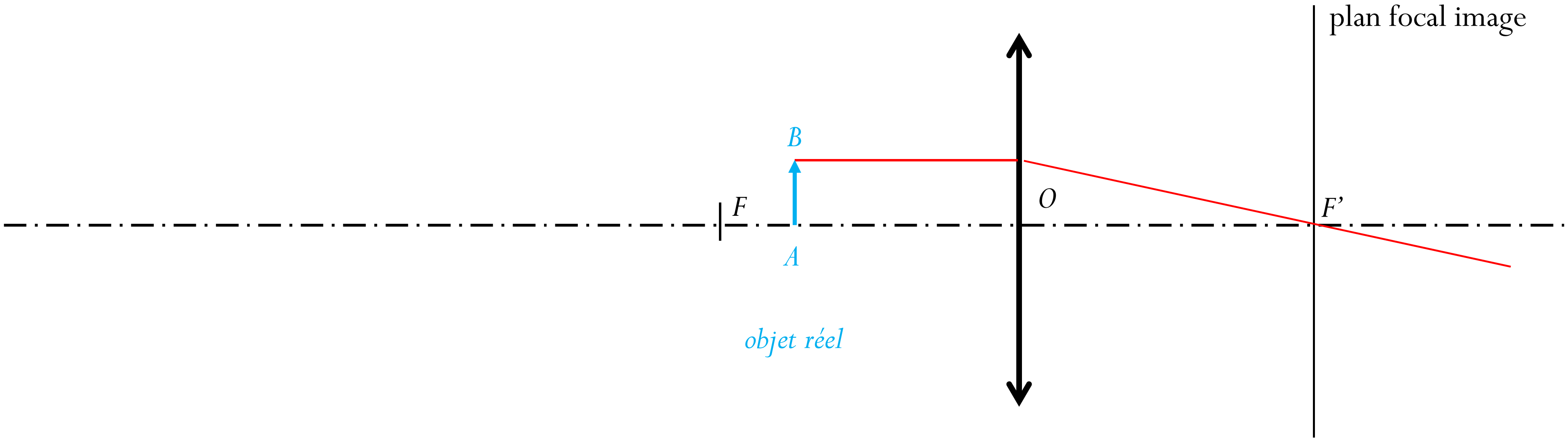
<u>Lentille convergente :</u> objet situé avant le foyer objet.



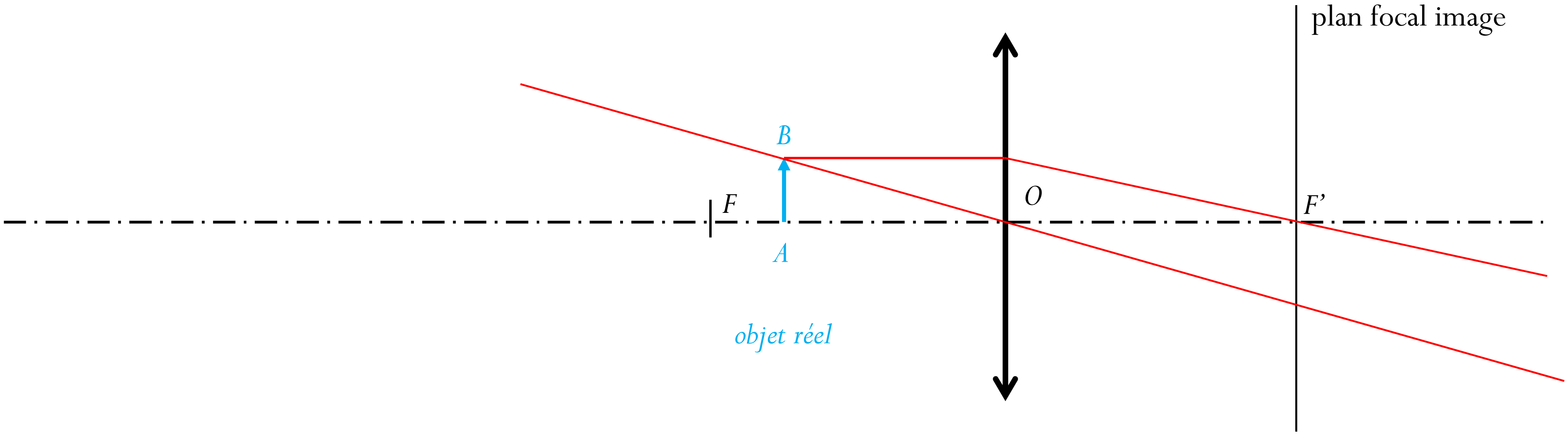
Applications : objectif d'appareil photo
vidéoprojecteur

chapitre III : lentilles minces

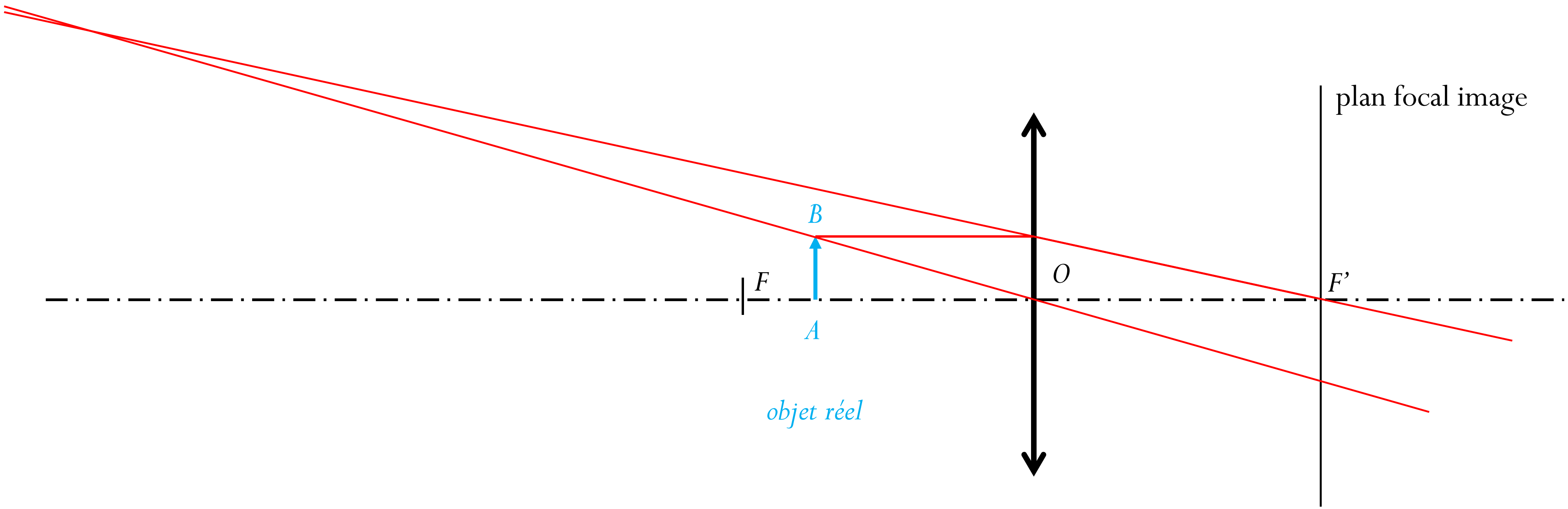
Lentille convergente : objet situé après le foyer objet.



Lentille convergente : objet situé après le foyer objet.

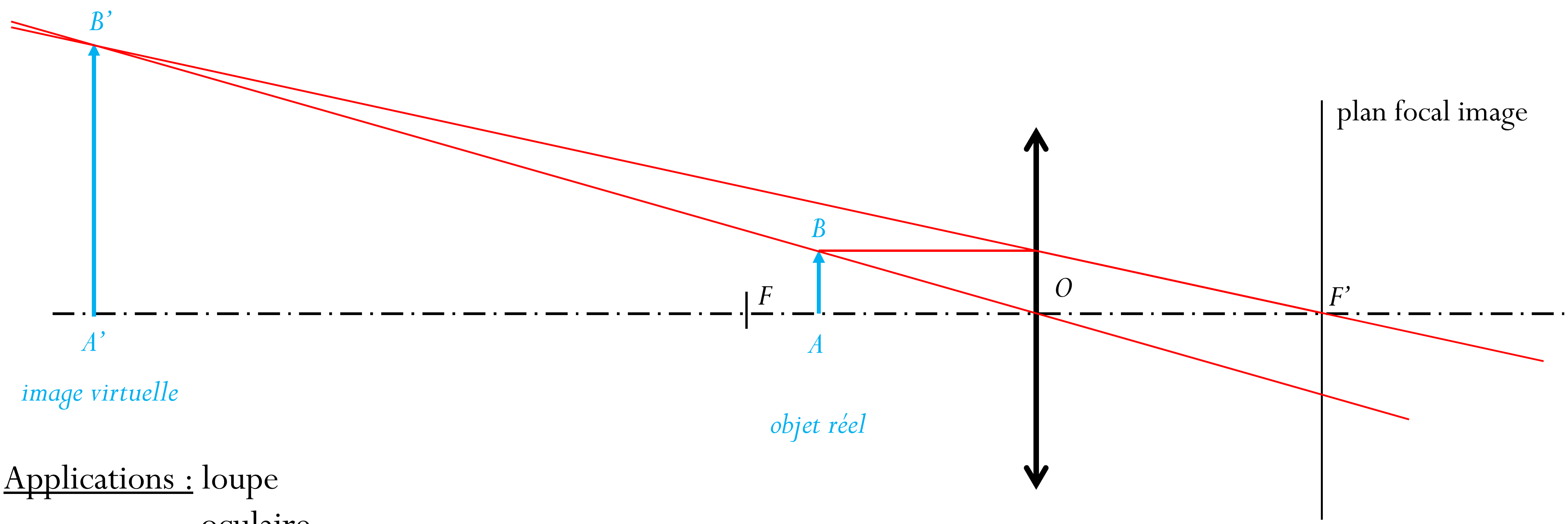


Lentille convergente : objet situé après le foyer objet.



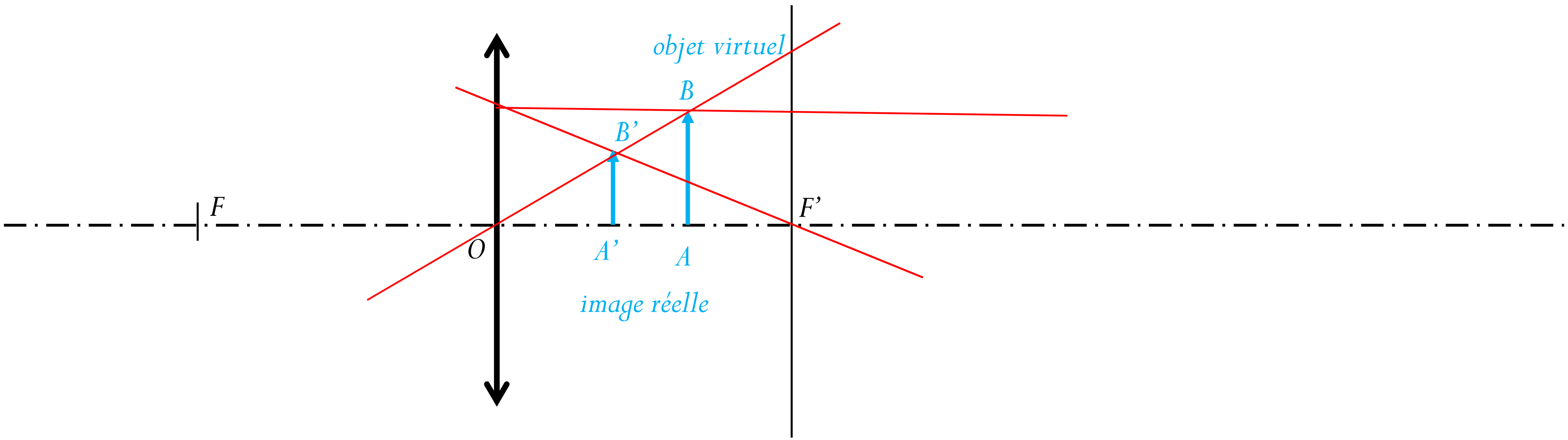
chapitre III : lentilles minces

Lentille convergente : objet situé après le foyer objet.

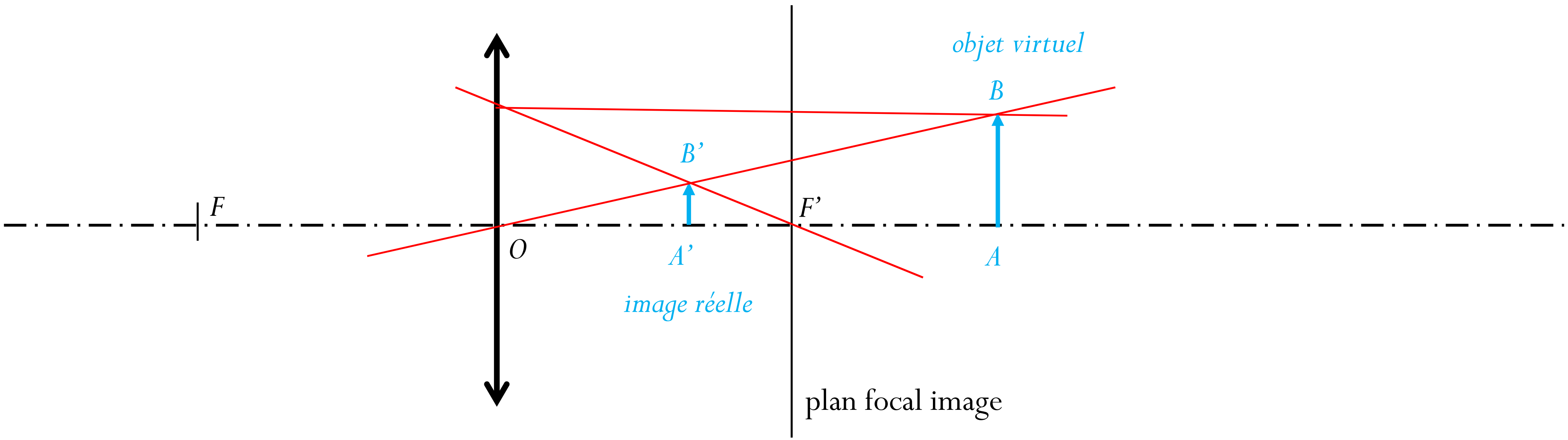


Applications : loupe
oculaire

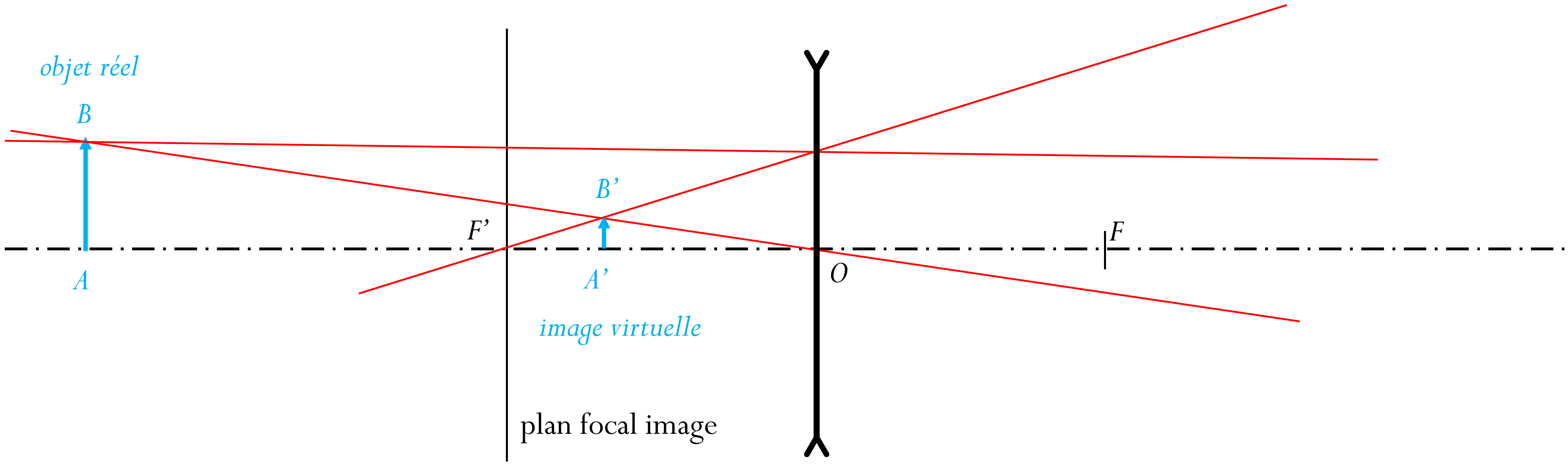
Lentille convergente : objet situé entre la lentille et le foyer image.



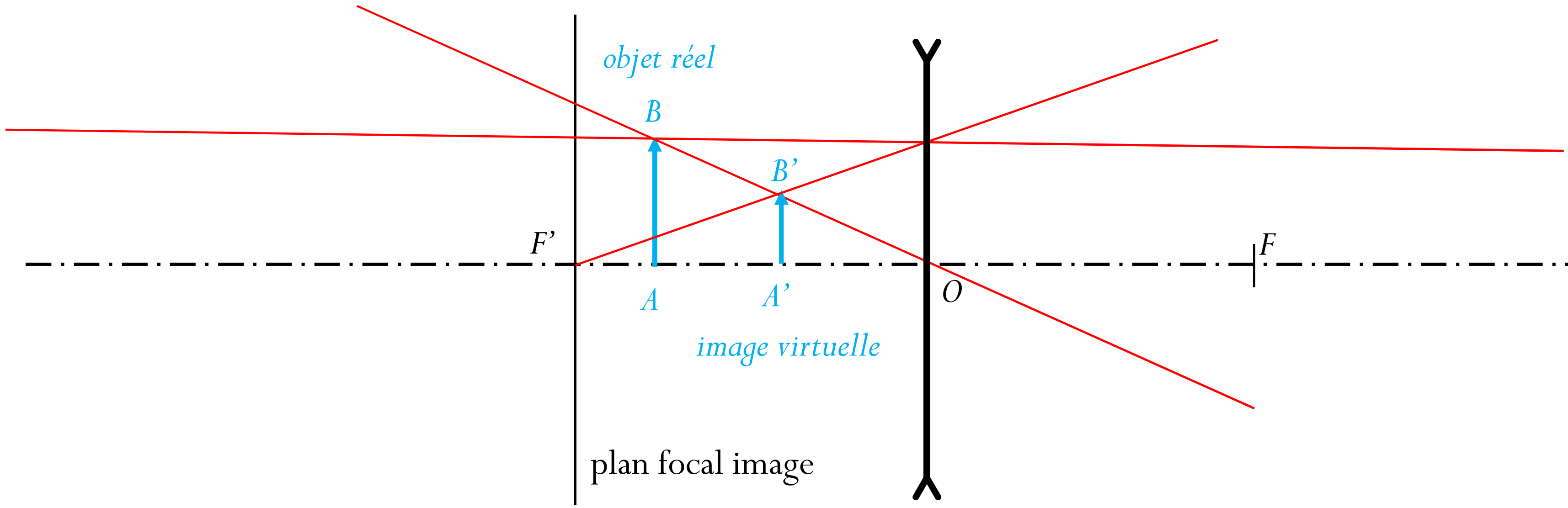
<u>Lentille convergente :</u> objet situé après le foyer image.



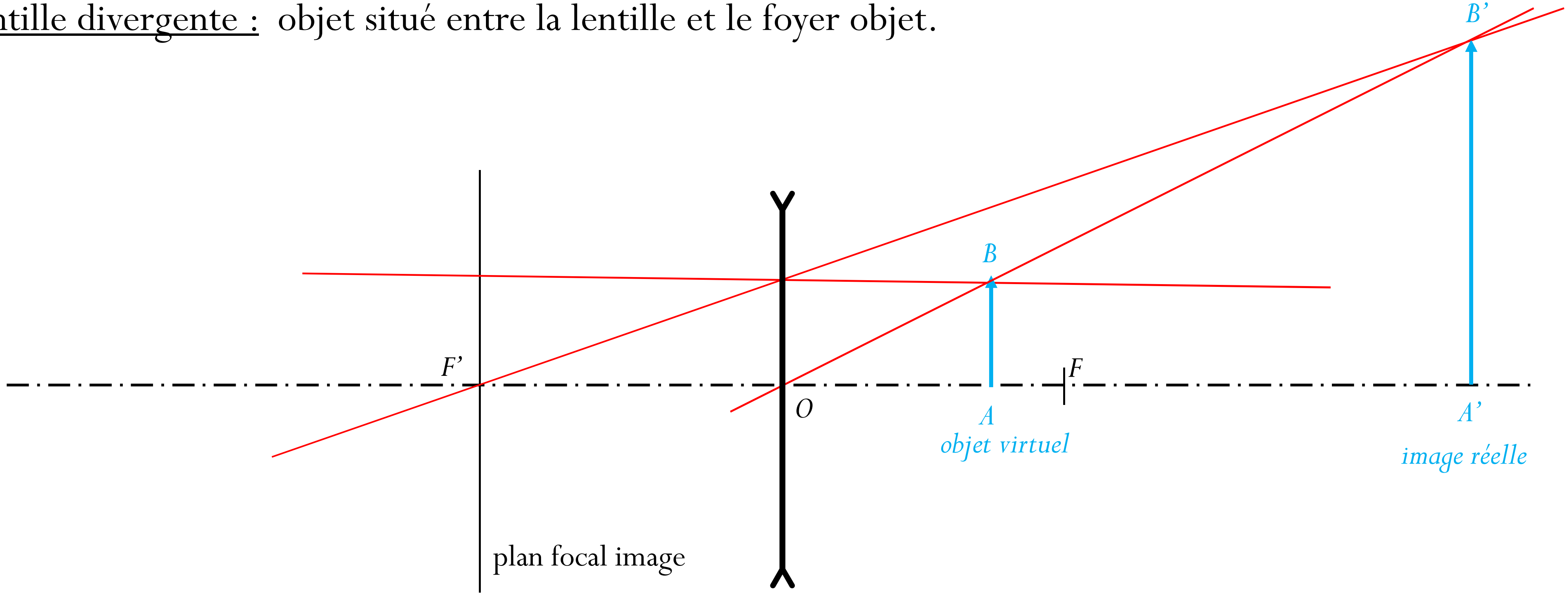
Lentille divergente : objet situé avant le foyer image.



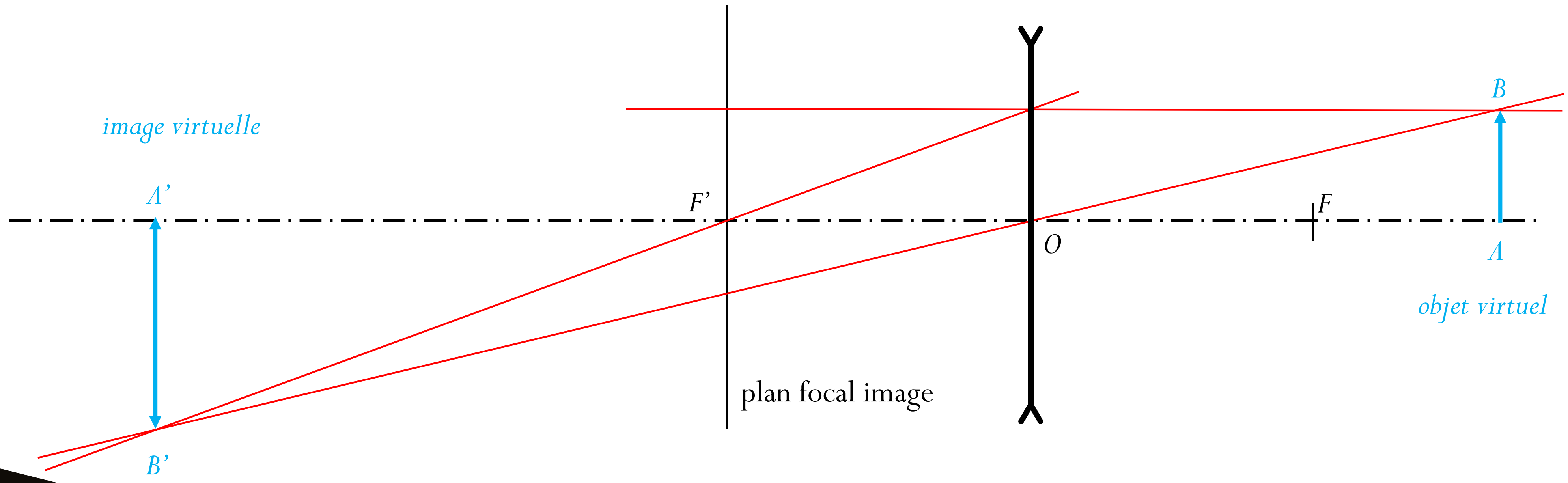
Lentille divergente : objet situé après le foyer image et avant la lentille.



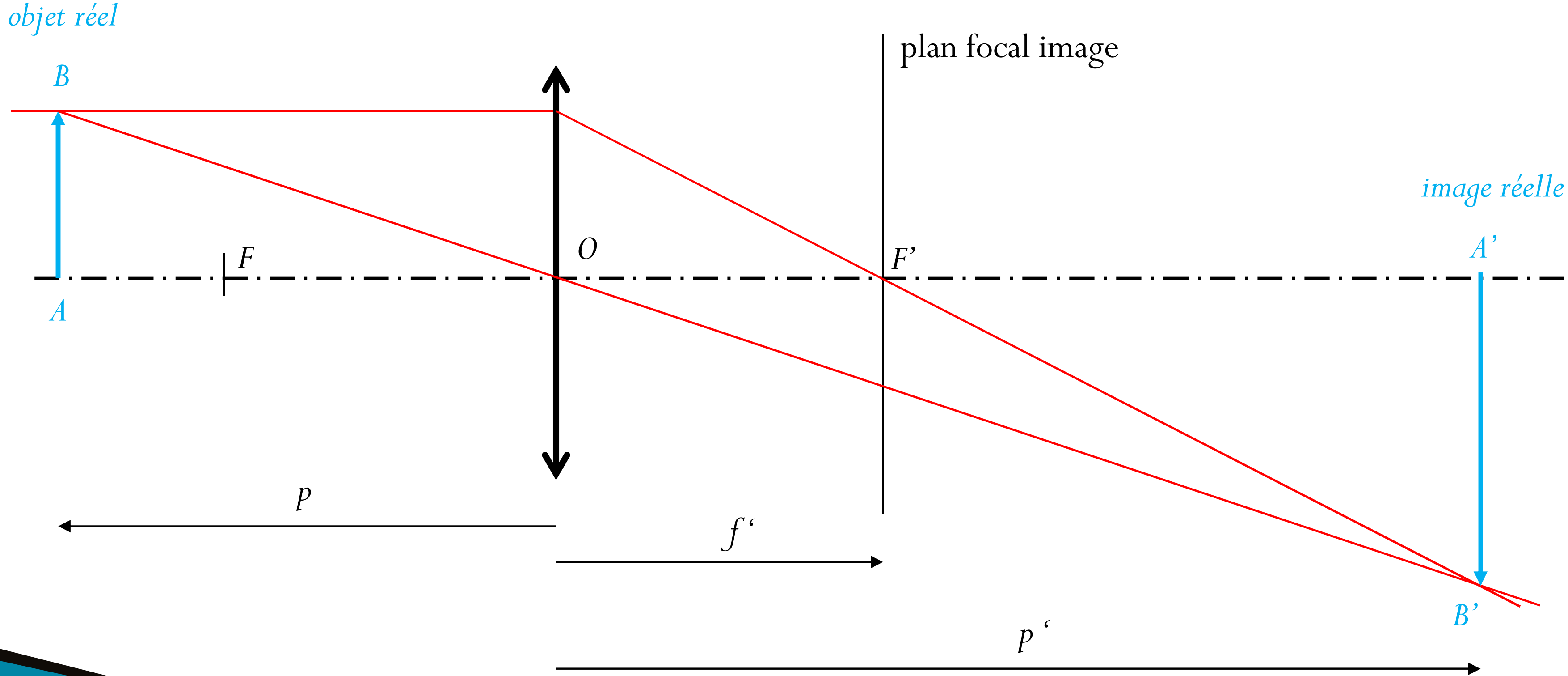
Lentille divergente : objet situé entre la lentille et le foyer objet.



Lentille divergente : objet situé après le foyer objet.

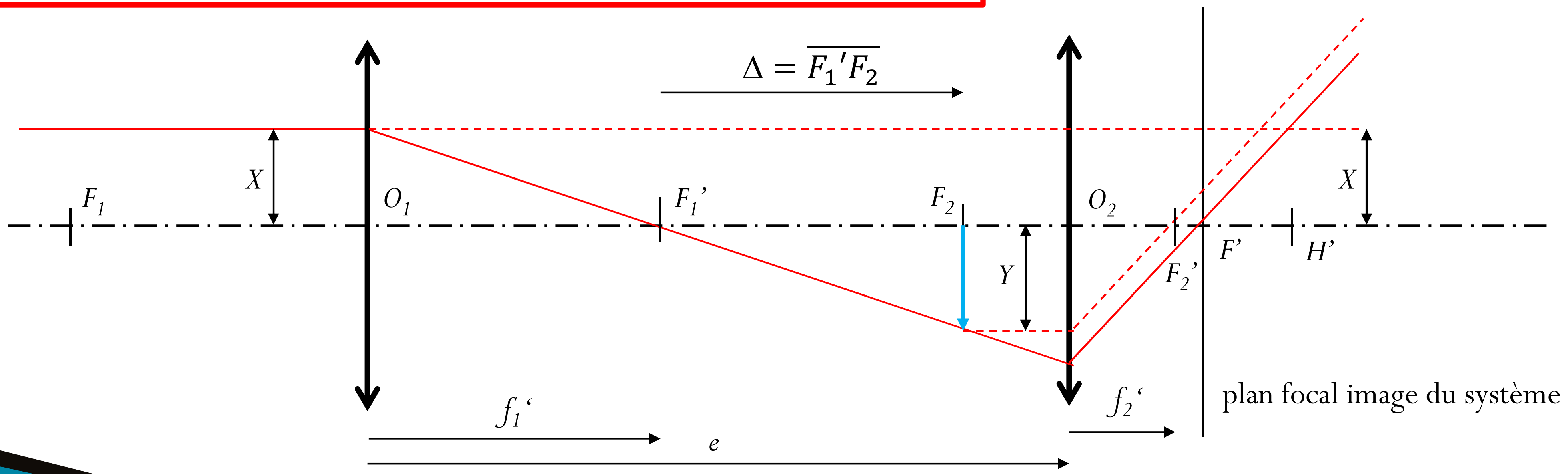


Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{p'}{p}$



V. Association de lentilles

Formule de Gullstrand : $C = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' f_2'} = C_1 + C_2 - e\, C_1 C_2$ avec $e = \overline{O_1 O_2}$

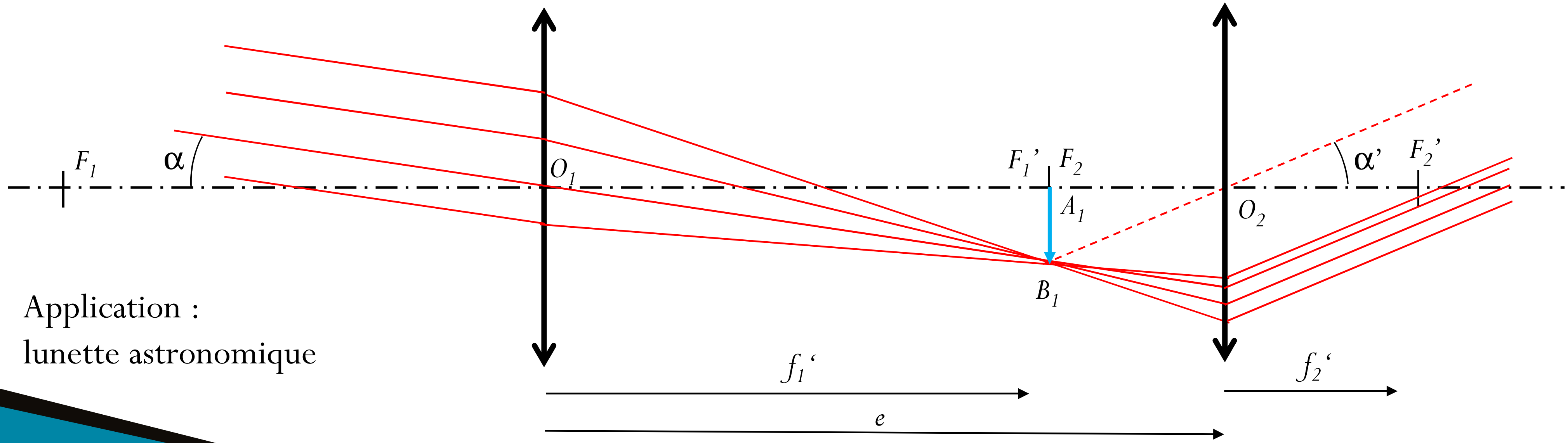


Cas des lentilles accolées ($e = 0$) : $C = C_1 + C_2$

Cas du montage afocal : $\Delta = 0$

Association de deux lentilles dont la seconde peut-être convergente ou divergente.

Le grossissement (grandissement angulaire) G s'écrit : $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}}$ car $\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'}$ et $\alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'}$



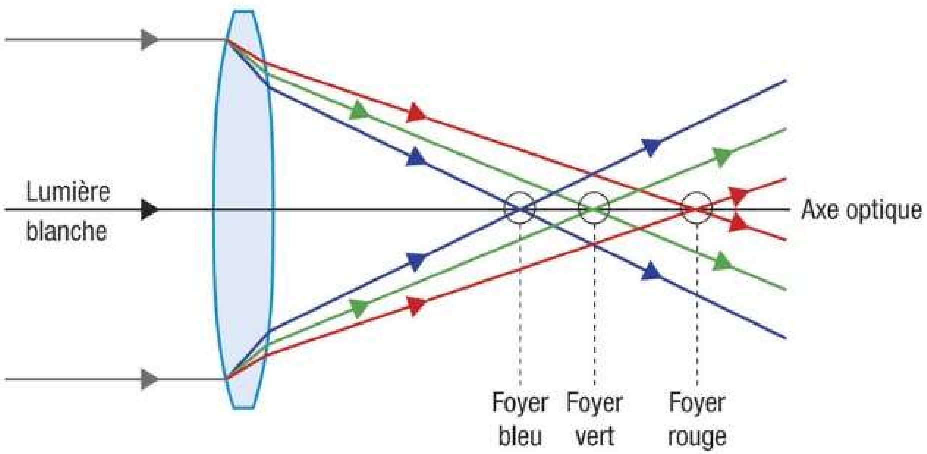
Application :
lunette astronomique

VI. Les aberrations

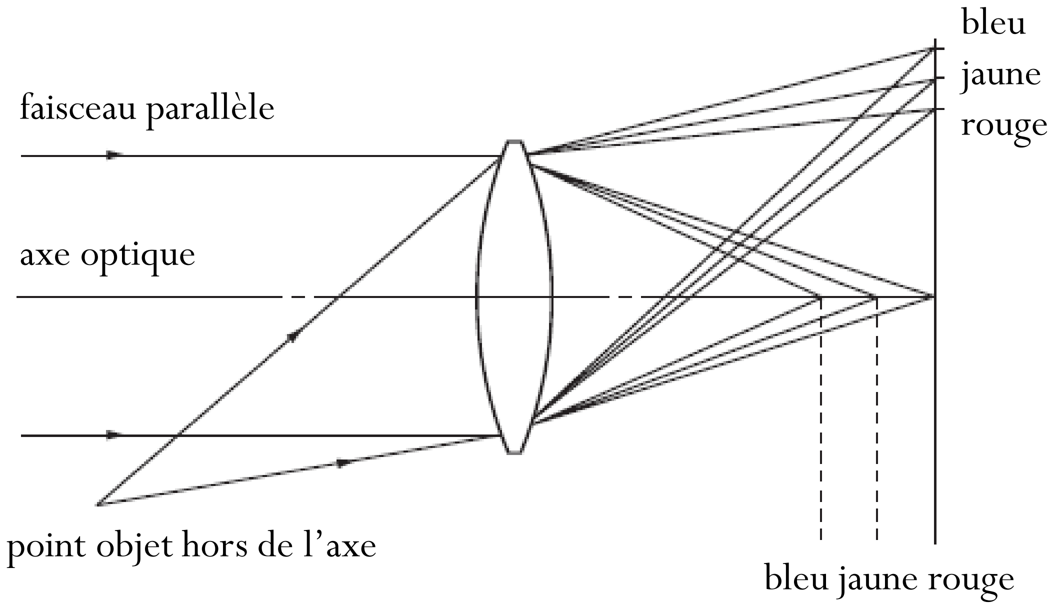
Les **défauts de stigmatisme** des lentilles **s'appellent aberrations**.
Les **aberrations géométriques** sont dus au fait que les dioptres ne sont pas parfaitement stigmatiques.
Les **aberrations chromatiques** sont d'origine physique du fait que l'indice de réfraction du milieu constituant la lentille dépend de la longueur d'onde.

1. Les aberrations chromatiques

L'indice des verres qui constituent les instruments optiques varie avec la longueur d'onde des radiations lumineuses. C'est le **phénomène de dispersion**.



Il existe des **aberrations chromatiques longitudinales** et des **aberrations chromatiques latérales**, ou de grandeur, dues au fait que le grossissement de l'image varie légèrement en fonction de la longueur d'onde .



En reprenant la formule donnant la vergence pour une lentille mince :

$$C = \frac{1}{f'} = (n - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

Et en la différentiant et en l'écrivant sous la forme d'un variationnel, on obtient :

$$\frac{\Delta C}{C} = -\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{\Delta n}{n - 1}$$

Il apparaît ainsi naturel de **caractériser la variation relative de focale par une quantité sans dimension** Δn / (n – 1) calculée pour deux longueurs d'onde extrêmes et une longueur d'onde moyenne.

Les constructeurs utilisent trois radiations caractéristiques suivantes :

- la radiation rouge C de l'hydrogène avec λ_C = 656,30 nm
- la radiation verte E (en Europe) du mercure avec λ_E = 546,10 nm
  ou jaune D (aux Etats-Unis) du sodium avec λ_D = 587,56 nm
- la radiation bleue F de l'hydrogène avec λ_F = 486,10 nm

La capacité d'une matière transparente à décomposer la lumière blanche est aussi appelée **Constringence**.

Le pouvoir dispersif K d'un verre est donné par :

$$K = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \qquad (K < 1)$$

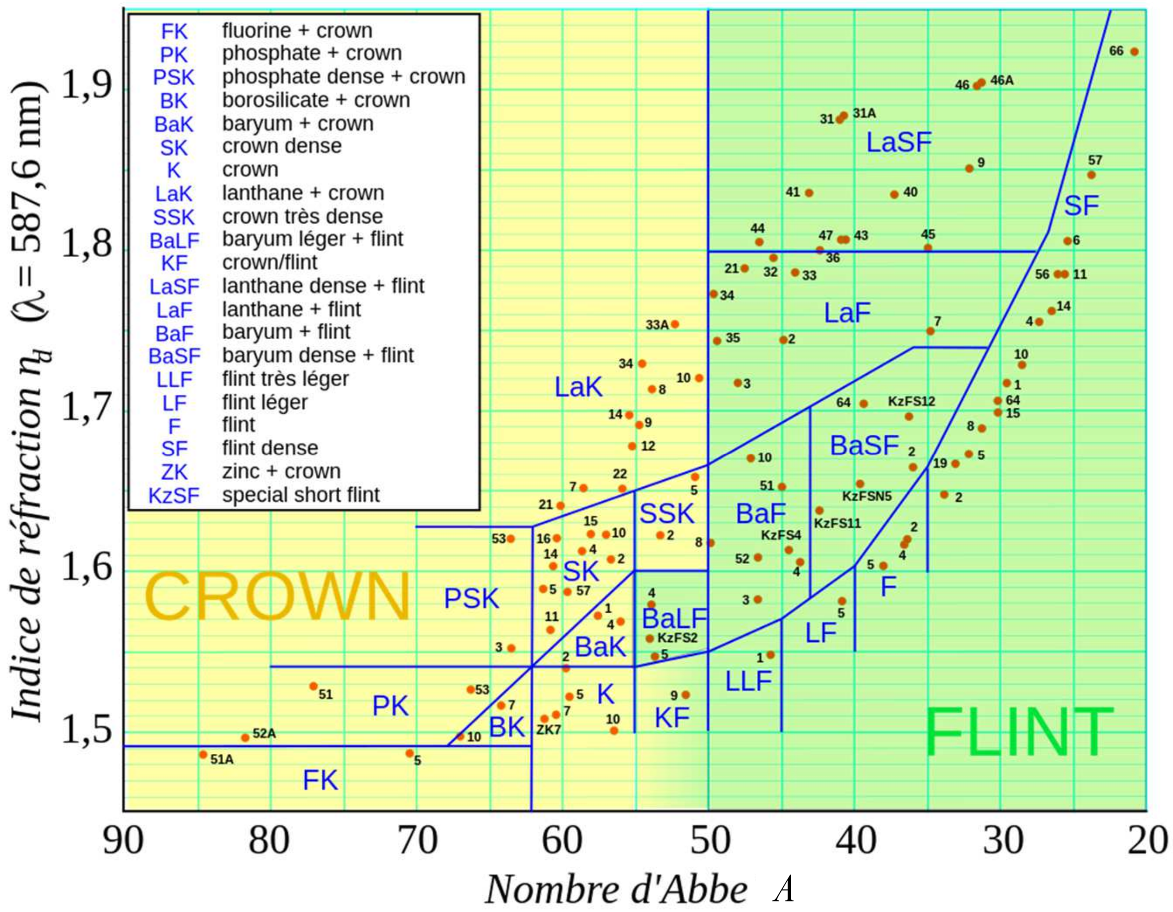
On introduit également le nombre d'Abbe A :

$$A = \frac{1}{K} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

On distingue principalement deux grandes catégories de verre :

- les **verres légers ou crowns** qui **dispersent peu** ($n_D < 1{,}6$ et $A > 50$)
  tels que les silicates de potassium et de calcium
- les **verres lourds ou flints** qui **dispersent beaucoup** ($n_D > 1{,}6$ et $A < 50$)
  tels que les silicates de potassium et de plomb. Le cristal est un flint.

chapitre III : lentilles minces



La réduction, voire la suppression, de l'aberration chromatique est obtenue par l'association de deux lentilles. En reprenant la formule de Gullstrand :

$$C = \frac{1}{f_1{}'} + \frac{1}{f_2{}'} - \frac{e}{f_1{}' f_2{}'}$$

Comme $\Delta C = dC = \frac{\partial C}{\partial f'} df'$, il vient en posant $-\frac{\Delta f_1{}'}{f_1{}'} = \frac{1}{A_1}$ et $-\frac{\Delta f_2{}'}{f_2{}'} = \frac{1}{A_2}$:

$$-\frac{\Delta f'}{f'^2} = \frac{1}{A_1 f_1{}'} + \frac{1}{A_2 f_2{}'} - \frac{e}{f_1{}' f_2{}'}\left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right)$$

Dans le cas où le système à deux lentilles est achromatique, $\Delta f' / f' = 0$. Il vient alors :

$$\frac{1}{A_1 f_1{}'} + \frac{1}{A_2 f_2{}'} = \frac{e}{f_1{}' f_2{}'}\left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right)$$

Si enfin, les deux lentilles sont accolées ($e = 0$), on obtient :

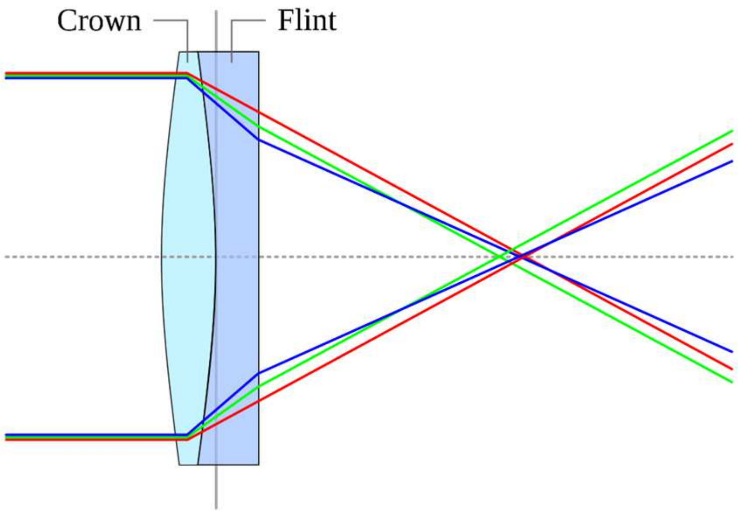
$$A_1 f_1{}' + A_2 f_2{}' = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{f_2{}'}{f_1{}'} = -\frac{A_1}{A_2}$$

Comme A_1 et A_2 sont positifs, **les lentilles doivent être de vergences opposées** : l'une est convergente et l'autre divergente. Puisque $C = C_1 + C_2$ pour des lentilles accolées, il vient :

$$C_1 = \frac{A_1}{A_1 - A_2}\, C$$

Pour un système convergent ($C > 0$), on doit avoir $C_1 > 0$ si $A_1 > A_2$ ou $C_1 < 0$ si $A_1 < A_2$.

Ainsi, un système convergent de deux lentilles minces accolées de type crown convergent et flint divergent, réduit l'aberration chromatique.



Remarque :

Si les lentilles sont taillées dans le même matériau $A_1 = A_2$.

La condition d'achromatisme devient :

$$e = \frac{f_1' + f_2'}{2}$$

cette condition est satisfaite dans le **doublet de Huygens**.

On ne peut que **corriger partiellement** les aberrations chromatiques sur **tout le spectre.**

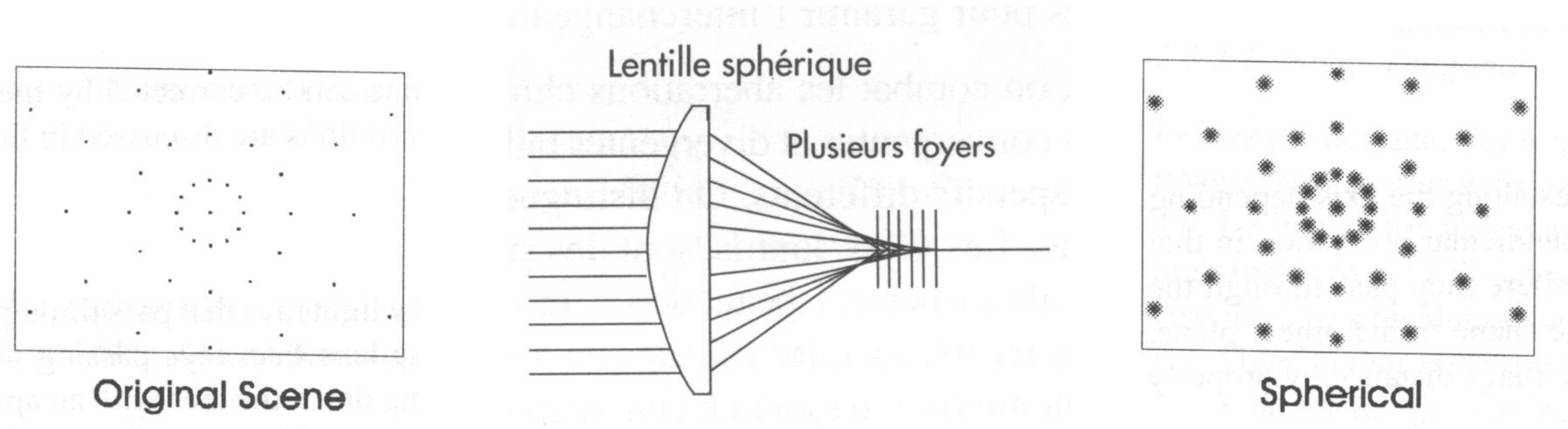
2. Les aberrations géométriques

Les aberrations géométriques existent même si la lentille est utilisée en lumière monochromatique. Elles sont dues au fait que **l'approximation linéaire pour un système optique centré n'est plus valable pour des rayons qui ne sont plus paraxiaux**, c'est-à-dire dans le cas où ils ne vérifient pas la condition de Gauss. Ainsi, l'image d'un point n'est plus un point mais une tache. Les aberrations géométriques sont donc d'autant plus importantes que l'on s'écarte des conditions de Gauss, donc que **les dimensions transversales de l'objet et l'ouverture** (limitée par un diaphragme ou une pupille) **sont importantes**.

Le calcul des aberrations géométriques est compliqué. Le principe est de déterminer le chemin suivi par les rayons à travers les dioptres selon les incidences. On cherche à minimiser ces aberrations en optimisant les dioptres.

De manière générale, **la face la plus bombée doit toujours être la face d'entrée de la lumière**.

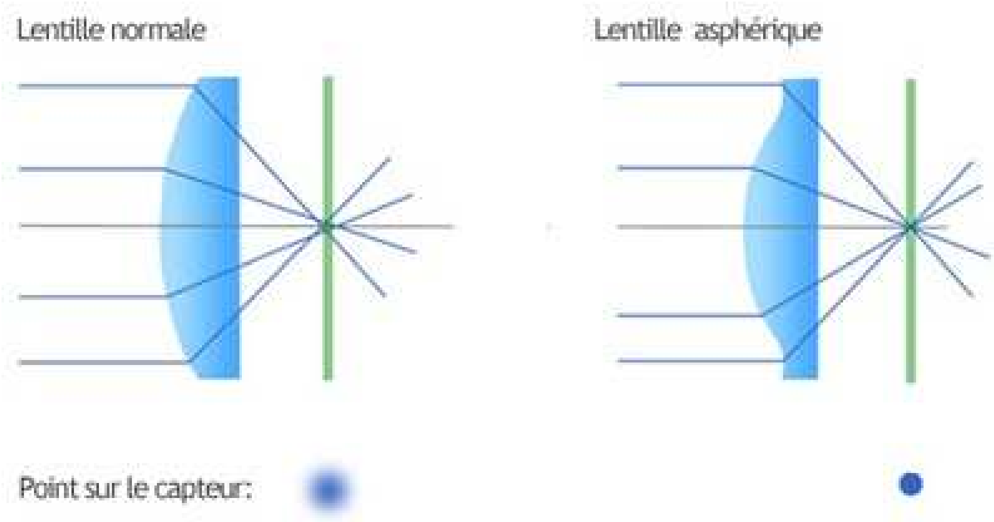
- **Les aberrations sphériques**
  Elles sont dues à des foyers différents en fonction de l'éloignement de l'axe optique

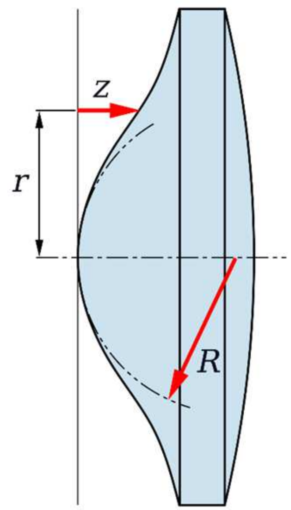


chapitre III : lentilles minces

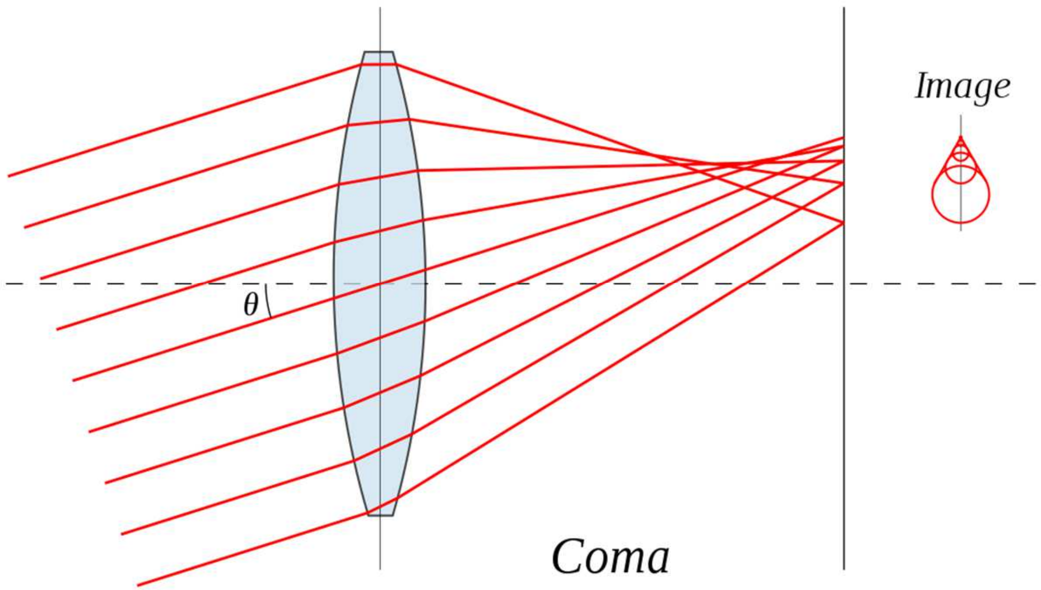
Pour réduire les aberrations sphériques, 3 solutions:

- Diaphragmer (suppression des rayons marginaux)
- Accoler une lentille divergente qui dévie moins les rayons marginaux que les rayons paraxiaux
- Utiliser des lentilles asphériques

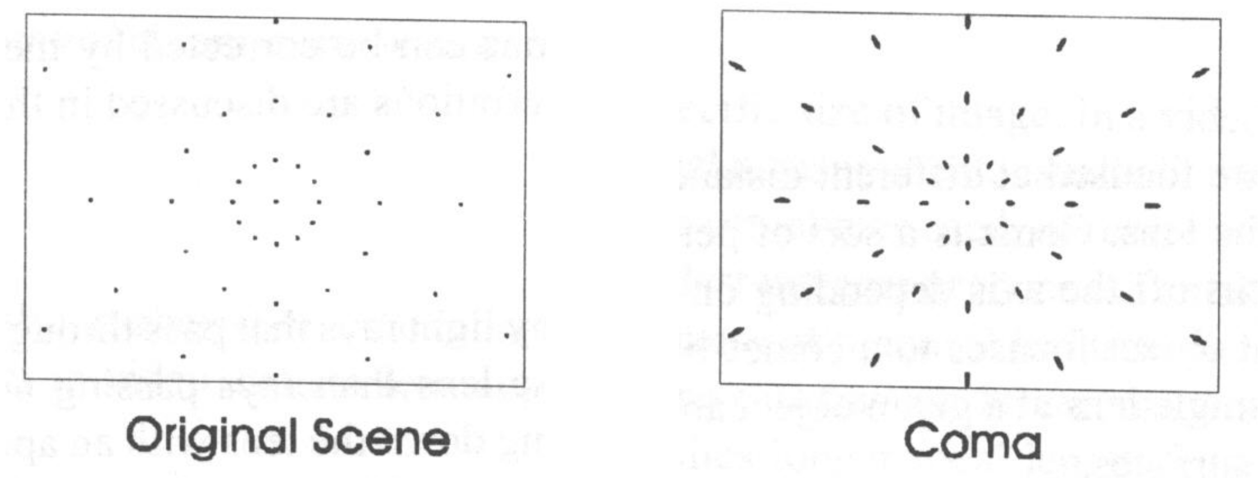




- **La coma**
  C'est assimilable à des **aberrations sphériques des rayons obliques.**

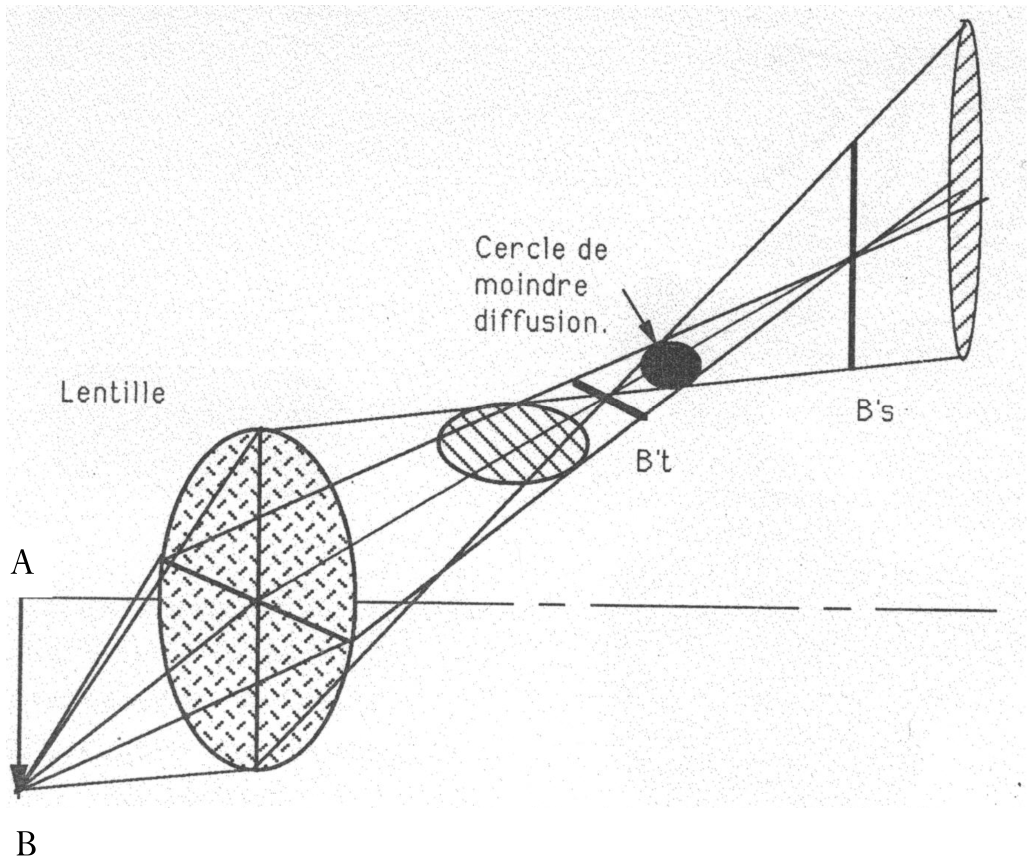


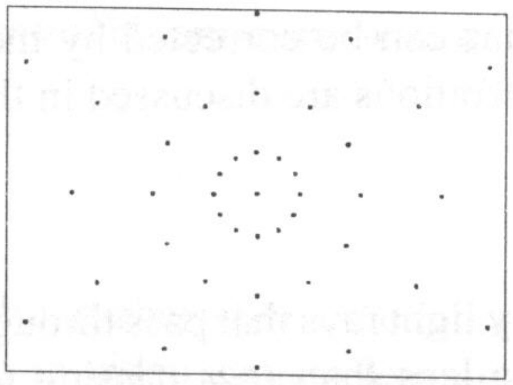
Par le phénomène de coma , un point d'un coin de l'image est dispersé en une série de cercle.

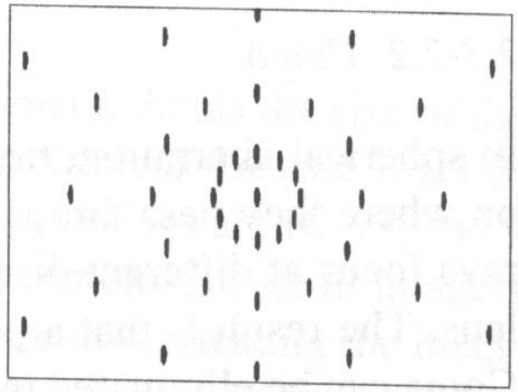


La coma diminue avec le diaphragme
Un objectif corrigé de l'aberration sphérique et de coma est dit aplanétique

- **Astigmatisme**
  Les images des lignes passant par l'axe optique (sagittales) et des lignes qui leur sont perpendiculaires (tangentielles) se forment dans des plans différents.



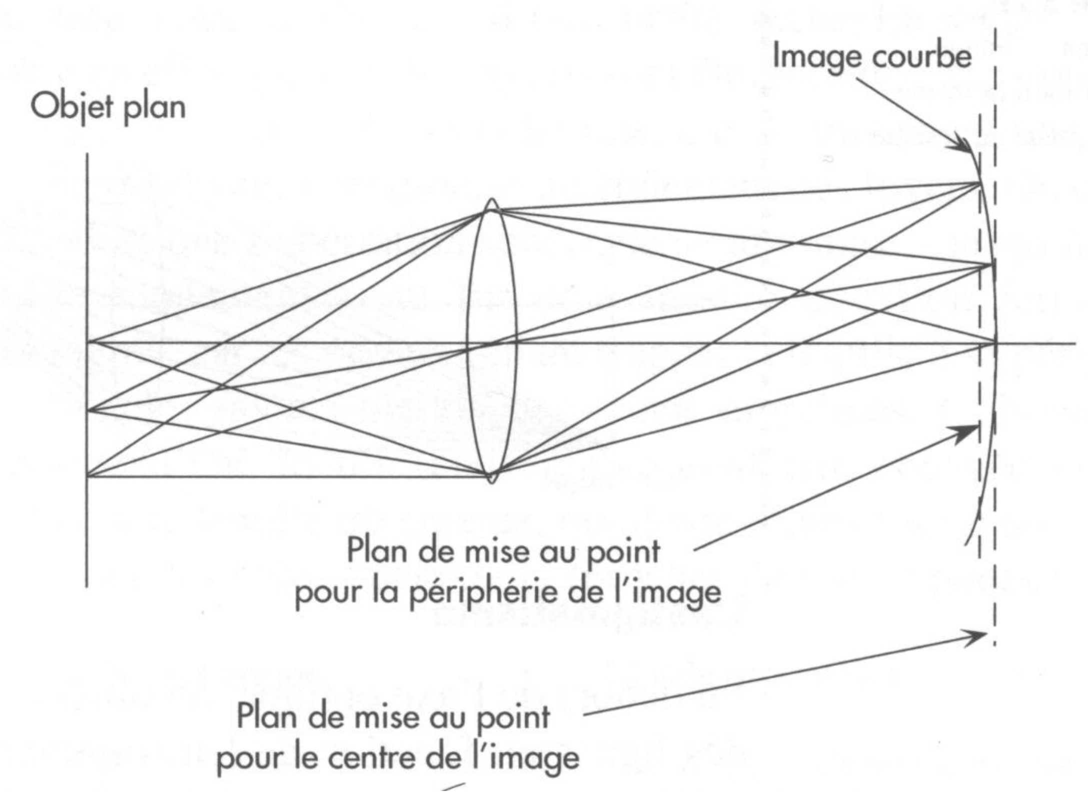




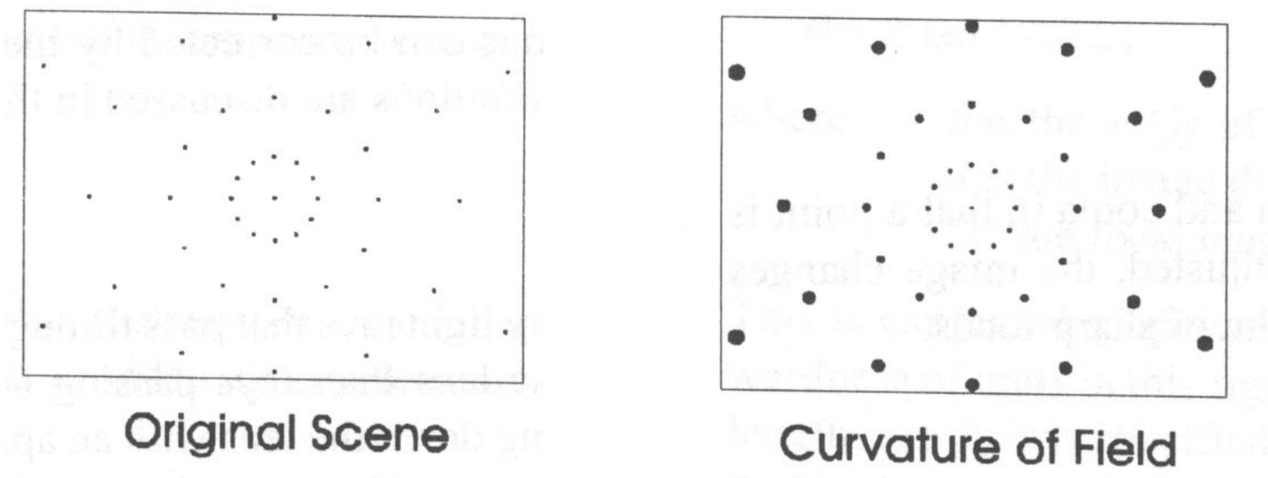
Ce phénomène s'accompagne toujours de coma.

Il peut être réduit en diaphragmant.

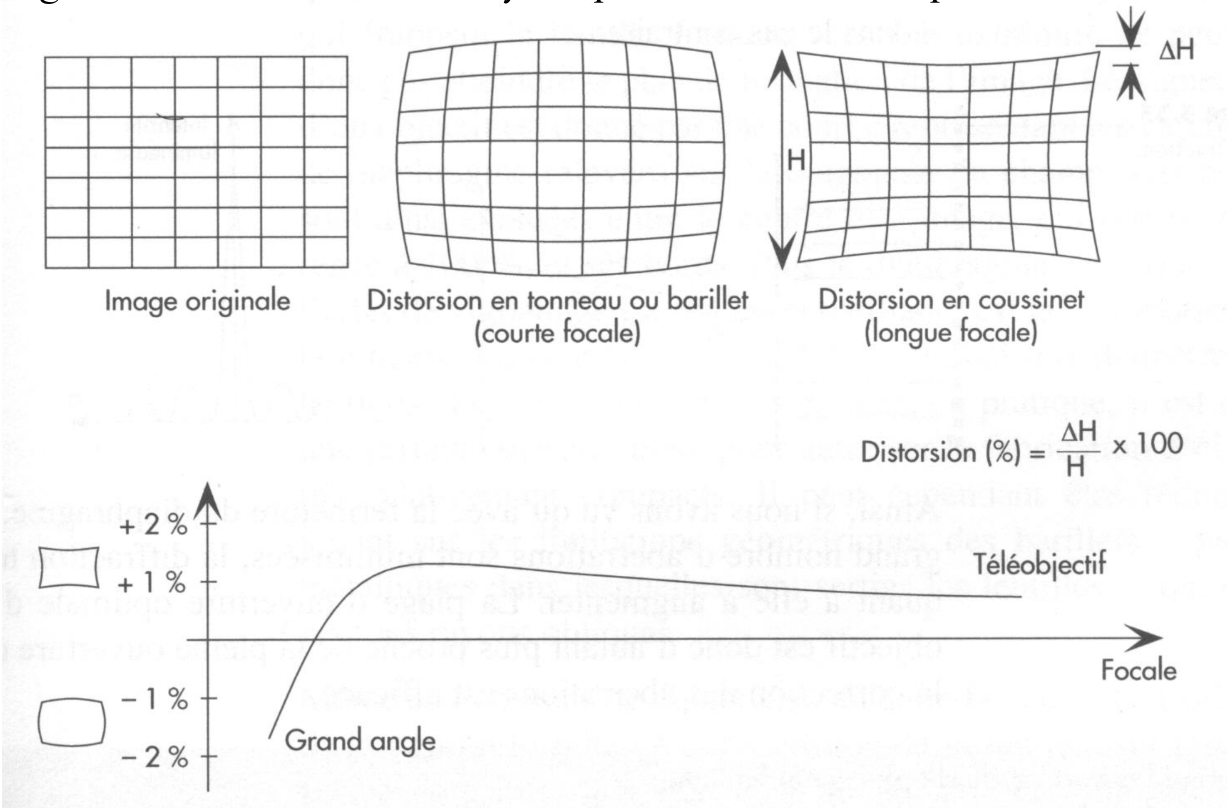
- **Courbure de champ**
  Le plan image est une surface concave



La courbure de champ s'atténue quand la profondeur de champ augmente.
Elle se réduit donc avec les faibles ouverture de diaphragme.



- **Distorsions**
  Elles sont dues à la différence de grossissement entre des rayons plus ou moins obliques.



3. Flare

Il est dû à des **réflexions parasites** à l'intérieur du conduit optique.
On atténue le phénomène à l'aide de **traitements les surfaces optiques.**