Microéconomie Chapitre IV

L'approche par les coûts

L'objet de cette partie du cours est d'aborder les fonctions de coût, d'établir leurs relations avec les fonctions de production et d'expliquer le rôle du producteur comme offreur de biens.

Nous avons choisi de traiter de manière séparée, fonction de coût et fonction de production afin de faciliter l'exposé du problème du producteur comme offreur de biens et d'analyser l'équilibre de la firme dans un marché concurrentiel.

Dans l'exposé portant sur la fonction de production, nous avons distingué le court terme du long terme. Ici aussi nous envisageons cette distinction en se fondant sur le même critère. A l'existence de facteurs fixes à côté de facteurs variables correspond des coûts fixes et des coûts variables dans le court terme. Dans le long terme tous les coûts sont variables (comme c'est le cas pour tous les facteurs)

Section I : La fonction de coût de court terme

§1 La notion de court terme

Le coût total est la dépense minimale qu'une entreprise doit engager pour atteindre un niveau de production donné. La symétrie avec la fonction de production peut déjà apparaître dans cette définition. Ce point sera repris plus loin dans l'exposé.

La *fonction de coût* mesure le coût minimum à chaque niveau de production pour des prix des facteurs donnés. Cette fonction peut être déduite du sentier d'expansion de l'entreprise (ce point sera expliqué plus loin dans le texte)

En courte période et en notant par x le niveau de production, la fonction de coût total de court terme est la somme des coûts variables CV et des coûts fixes F :

$$C_T(x) = CV(x) + F \qquad (IV.1)$$

§2 Les relations fonction de coût et fonction de production

Reprenons l'exposé de la production de courte période où la Terre est le facteur de production fixe et le travail le facteur variable.

La loi des rendements décroissants permet de décrire les évolutions :

- De la production, ou de la productivité totale
- De la productivité marginale du travail P_{mg} (considéré comme le seul facteur variable)
- Et de la productivité moyenne du travail PM

Les courbes représentatives de ces fonctions sont représentées dans la figure IV.I

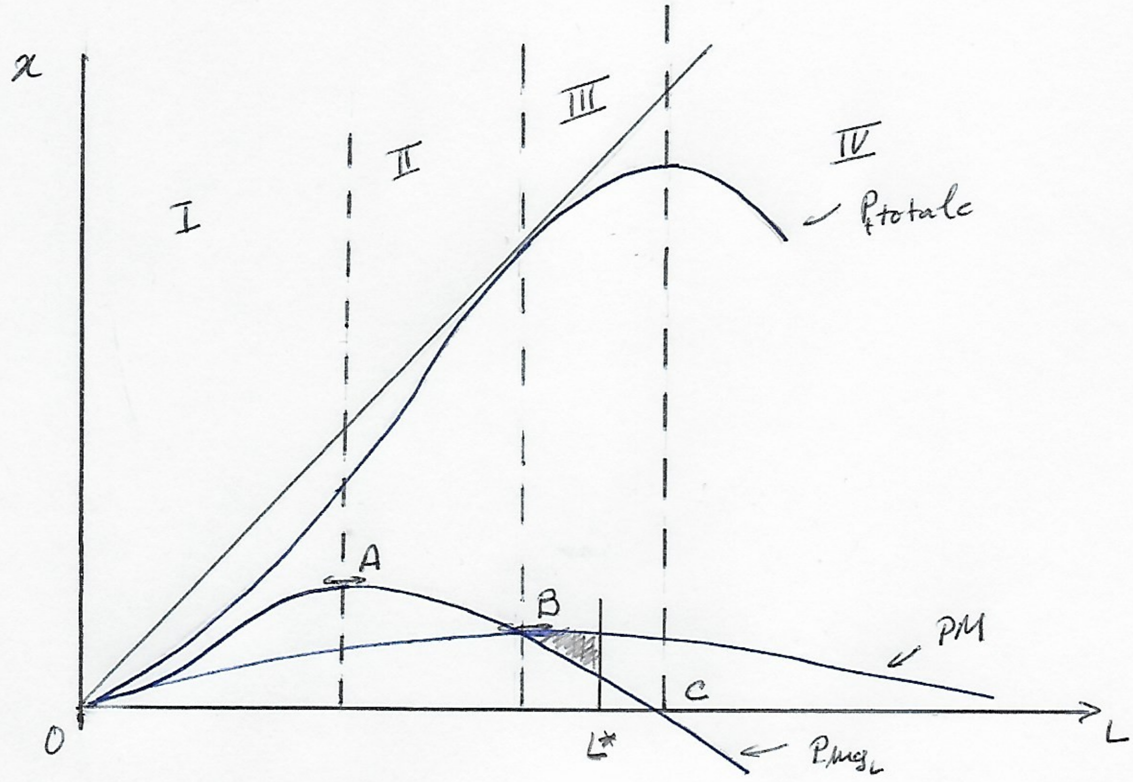

fig. IV.1

La relation entre la productivité moyenne *PM* et la productivité marginale P_{mg} découle de l'exemple intuitif suivant :

On considère la note moyenne d'une classe, par exemple en mathématiques. Une note marginale est celle du dernier élève (retardataire) qui intègre le groupe. Si celui-ci est un élève brillant en math, il va obtenir une note supérieure à la moyenne de la classe. Cette dernière augmentera. Dans le cas contraire son intégration au groupe fera baisser la moyenne.

La fonction « note moyenne » sera *croissante* tant que la « note marginale » lui sera supérieure. Elle est *décroissante* lorsque la note marginale lui est inférieure comme c'est illustré dans la figure IV.2.

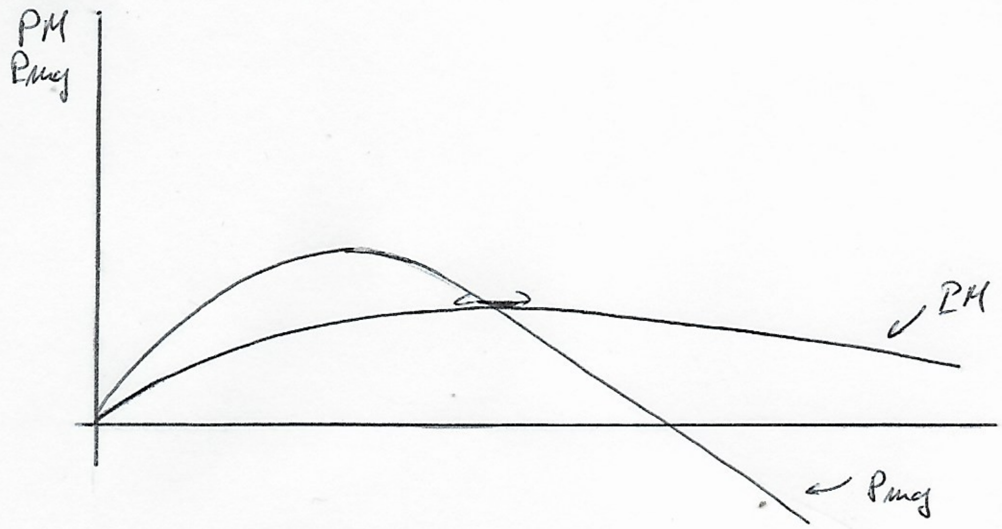

fig IV.2

Note moyenne et note marginale sont identiques lorsque la valeur moyenne atteint son maximum (comme sur la figure IV.2).Il en sera de même pour la productivité moyenne et marginale

Retournons à la figure (IV.1). Nous avons découpé le plan en 4 régions. Ce graphique et ses explications se trouvent dans le manuel de J. Généreux (donné comme source bibliographique en cours)

La phase I et IV ne sont pas efficaces. Dans I, nous n'avons pas assez de ressource (facteur) variable pour tirer le maximum de profit du facteur fixe (la Terre). Le producteur rationnel continue d'embaucher du travail, au moins jusqu'au moment où la productivité marginale atteint son maximum au point A du graphique. La région IV n'est pas rationnelle, le producteur ne poussera pas l'embauche de travail au-delà du point C, car la productivité totale est en baisse. Il n'ira pas au-delà du point où la productivité marginale est négative.

Si les producteurs sont rationnels, la productivité marginale est toujours positive, mais *décroissante.*

Au point A, l'efficacité est maximale du seul facteur travail et non de l'efficacité globale (de la combinaison technique Terre et Travail) des facteurs.

Au-delà du point A (région II du plan) la productivité marginale est plus faible, mais elle reste supérieure à la productivité moyenne, du moins jusqu'au point B.

L'efficacité de l'ensemble de la force de travail est atteinte lorsque nous nous trouvons au point B ; le maximum de la productivité moyenne. Ceci veut dire que le record de productivité du seul travail est au point A. Pour augmenter son profit, le producteur doit pousser (l'embauche) *au moins* jusqu'au point B.

Il doit aller au-delà de ce point car il peut encore augmenter son profit. Il doit donc produire dans la région III indiquée par le graphique ; là où *les productivités moyenne et marginale sont décroissantes*. La dernière unité de travail recrutée est celle dont la productivité (marginale par définition) égalise le salaire (donné par le marché). Toutes les unités précédentes possèdent une ~~dé~~productivité marginale supérieure au salaire et permettent au producteur de réaliser un profit (c'est un élément qui n'est pas visible sur le graphique)

Nous avons par contre supposé que ce niveau d'embauche L^* réalise l'objectif de l'égalisation de la productivité marginale au salaire dans la région III. La partie hachurée du graphique, différence entre la productivité moyenne et la productivité marginale constitue *la rente.* C'est la rémunération du facteur fixe ; c'est bien pour cette raison qu'il faut pousser la production et l'embauche de travail au-delà du point B.

A partir de ce schéma simplifié, nous pouvons établir une première relation simple entre PM et P_{mg} et les notions équivalentes de CM et de C_{mg}.

Supposons (à des fins de simplification) que les coûts fixes sont négligeables, voire nuls. Nous sommes, comme dans le cas de l'exemple précédent, en présence d'un seul facteur variable : le travail.

La fonction de production est de la forme : $x = f(L)$. Le coût total s'écrit$C_T = wL$

Nous pouvons définir de manière simple les notions de productivités moyenne et marginale et les coûts moyen et marginal et établir leur relation.

$$PM_L = \frac{x}{L} \qquad et \qquad P_{mgL} = \frac{dx}{dL} = \frac{df(L)}{dL} \qquad (IV\,.2)$$

Du côté des coûts, nous avons les définitions suivantes :

$$CM = w\frac{L}{x} \qquad et \qquad C_{mg} = \frac{dC_T}{dx} \qquad (IV.3)$$

En combinant (*IV.2) et (IV.3),* nous pouvons établir les résultats suivants :

$$CM = \frac{w}{\frac{x}{L}} = w\frac{1}{PM_L}$$

Le coût moyen est une mesure inverse de la productivité moyenne du travail (pour cet exemple à facteur unique)

De même :

$$C_{mg} = \frac{d(C_T)}{dx} = \frac{d(wL)}{dx} = w\frac{dL}{dx} = \frac{w}{\frac{dx}{dL}} = \frac{w}{P_{mgL}}$$

Le coût marginal est lui aussi une mesure inverse de la productivité marginale du travail.

Nous allons faire correspondre les graphiques dans la figure IV.3

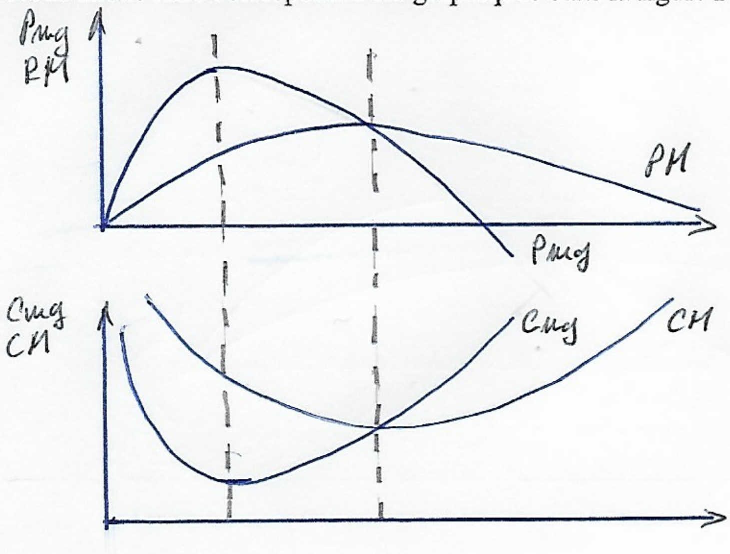

fig IV.3

Nous pouvons remarquer les allures inversées des fonctions de coût et des fonctions de productivité.

Nous retiendrons la propriété selon laquelle :

- La courbe de productivité marginale coupe la courbe de productivité moyenne en son maximum
- Alors que la courbe de coût marginal coupe la courbe de coût moyen en son minimum

§3 Allure des fonctions de coût

Les fonctions de coût moyen et de coût marginal sont généralement en forme de U (surtout pour le coût moyen). Ce paragraphe a pour objet de mettre en lumière, du moins en partie, l'explication qui se cache derrière cette allure. Nous allons de manière progressive reconstruire cette forme et fournir les explications sous-jacentes.

a) Dans le cas particulier où $C_T = cx$ où c est une constante ; le coût total est une fonction linéaire. Il est évident que :

$$CM = \frac{C_T}{x} = c \qquad et \quad C_{mg} = \frac{dC_T}{dx} = c \qquad d'où\, CM = C_{mg} = c$$

L'allure est donnée par la figure IV. 4

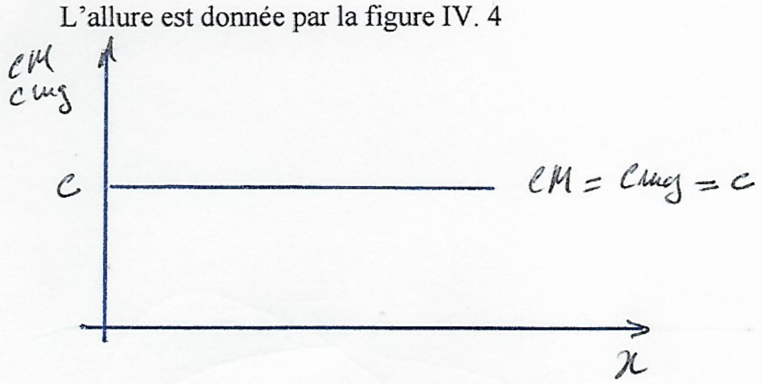

fig IV.4

Même si cette allure vous semble étrange, c'est pourtant l'hypothèse Ricardienne de proportionnalité entre les prix et les coûts. Ce sont des *« prix de production »* ; ils sont indépendants des conditions de la demande. Ils ne dépendent que de la technologie.[1]

[1] Contrairement à ce que l'on peut croire, la détermination de la production n'est pas évidente. Seule la fonction de demande permet de déterminer l'équilibre

b) Supposons maintenant que la fonction de coût total comporte des coûts fixes :

$$C_T = cx + F$$

Le coût moyen est donné par :

$$CM = \frac{cx + F}{x} \Rightarrow CM = c + \frac{F}{x}$$

L'allure du coût moyen peut être obtenue en examinant sa dérivée :

$$\frac{dCM}{dx} = 0 + \frac{(0 - F)}{x^2} < 0$$

C'est une fonction décroissante. Le coût marginal est toujours égal à c, donc constant. Par ailleurs, si $x \to \infty \Rightarrow CM \to c$, d'où l'allure de la courbe donnée par la figure IV.5

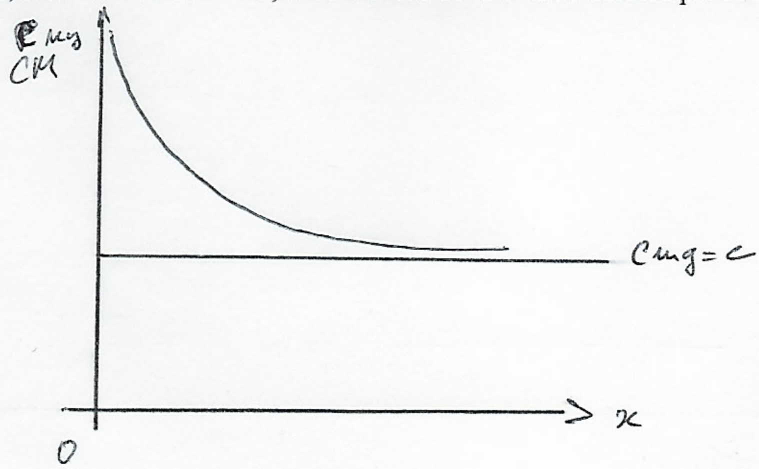

fig. IV.5

La branche décroissante du coût moyen de court terme s'explique par la présence de coûts fixes.

c) Supposons en dernier lieu que :

$$C_T = cx^2 + F$$

Il convient de remarquer que le coût total augmente plus que proportionnellement que la quantité produite.

Le coût moyen est donné par :

$$CM = \frac{C_T}{x} = cx + \frac{F}{x}$$

Et le coût marginal par :

$$C_{mg} = \frac{dC_T}{dx} = 2cx$$

C'est une fonction linéaire croissante. Nous reviendrons sur la signification de cette allure au chapitre prochain.

L'allure du coût moyen est obtenue en examinant sa dérivée :

$$\frac{dCM}{dx} = c - \frac{F}{x^2} < 0 \; si \; c < \frac{F}{x^2} \Rightarrow x < \left(\frac{F}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Pour $x \to 0 \mapsto CM \to \infty$, la fonction commence par être décroissante pour atteindre son minimum en $x = \left(\frac{F}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$ et devient croissante par la suite figure IV.6

Nous pouvons vérifier la propriété selon laquelle le coût marginal coupe le coût moyen en son minimum.

En effet :

$$CM = \mapsto \frac{F}{x} + cx = 2cx \mapsto \frac{F}{x} = cx \mapsto x^2 = \frac{F}{c} \mapsto x = \left(\frac{F}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

C'est bien le minimum du coût moyen. Dire que le coût augmente plus que proportionnellement à la quantité produite renvoie à l'idée de l'existence de *rendements d'échelle décroissants*. Ceci explique aussi la branche croissante du coût moyen. Avec un seul facteur dans le court terme, cette croissance s'explique par la productivité marginale décroissante du facteur variable.

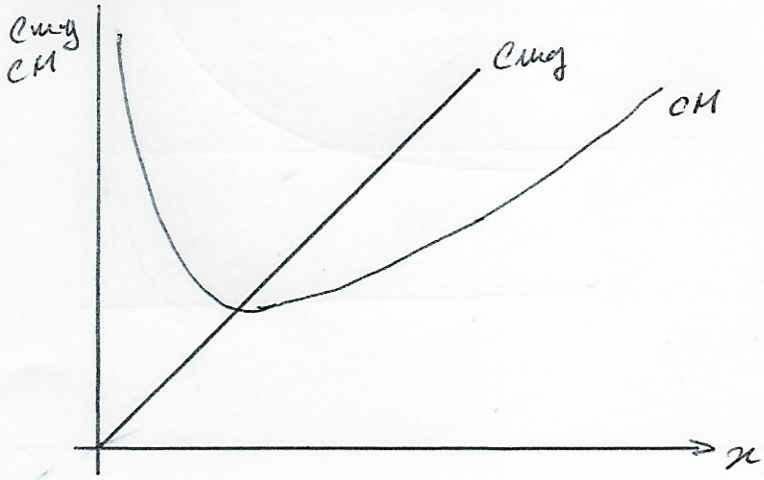

fig. IV.6

Section II La construction d'une fonction de coût.

§1 Un problème de minimisation sous contrainte

Considérons une fonction de production de type Cobb-Douglas :

$$y = f(K, L) = 2K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}$$

La contrainte de dépense D qui représente l'expression comptable du coût total est :

$$D = C_T = wL + rK + F$$

Nous avons ajouté des coûts fixes F.

Pour un problème de maximisation, la contrainte s'écrit : $D - wL - rK - F \geq 0$

Les conditions du premier ordre pour un maximum nous permettent d'écrire, en effectuant les simplifications usuelles :

$$\frac{P_{mgL}}{P_{mgK}} = \frac{w}{r} \mapsto \frac{2\frac{1}{4}\,L^{-\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}}}{2\frac{1}{4}\,L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{-3}{4}}} = \frac{w}{r} \;\; \mapsto \frac{K}{L} = \frac{w}{r} \qquad (IV.4)$$

Considérons maintenant le problème de minimisation des coûts sous la contrainte de production.

Il s'agit de :$C_T \; = wL + rK + F$ sous la contrainte $y \leq 2K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}$

L'inégalité traduit l'idée que la fonction de production est l'enveloppe extérieure du domaine de production et que *y* est la quantité la plus élevée que nous pouvons produire. Si l'on retient les contraintes d'égalité, comme dans le problème de maximisation, nous pouvons écrire l'expression du Lagrangien pour le problème de minimisation comme suit :

$$L(K, L, \lambda) = wL + rK + F + \; \lambda\left[y - 2K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}\right]$$

Les conditions du premier ordre pour un minimum sont :

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \mapsto w - \lambda\frac{1}{4}2K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{3}{4}} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \mapsto r - \lambda\frac{1}{4}2K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{4}} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \mapsto la\ contrainte$$

En établissant le rapport issu des deux premières conditions et en simplifiant, nous obtenons :

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r}$$

C'est bien la même combinaison optimale capital/travail trouvée pour le programme de maximisation donnée par l'équation (IV.4). Ce résultat illustre ce que nous appelons la *dualité*. Le problème de maximisation du niveau de production est équivalent au problème de minimisation des coûts[2]

Les deux problèmes donnent la même combinaison optimale des facteurs. En d'autres termes ils nous donnent tous les deux l'équation du *sentier d'expansion de l'entreprise.*

---

[2] Nous aurons la même condition si on vient à maximiser le profit : π=pfK,L- wL+rK+F. Ce dernier consiste à maximiser le produit et à minimiser le coût. L'équilibre est un point de selle, c'est un max d'un côté de la surface et un minimum de l'autre côté. La combinaison K/L est *optimale* au sens où elle maximise le profit.

§2 Du coût comptable à la fonction de coût (minimum)

Pour ce problème de minimisation, nous ne cherchons pas à établir la demande de facteur comme fonction de leur prix, mais en fonction du niveau de production. Il s'agit de combiner la condition d'optimalité, ou encore l'équation du sentier d'expansion de l'entreprise avec la contrainte. Afin de rendre l'exposé plus clair, nous avons choisi un exemple numérique tel que :$w = r = 1$ et $F = 40$.

L'équation du sentier d'expansion devient : $K = L$

En substituant dans la contrainte du problème de minimisation qui est en fait l'expression de la fonction de production, nous obtenons la demande de capital (par exemple) comme fonction du niveau de production :

$$y = 2K^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}} = 2\,K^{\frac{1}{2}} \mapsto y^2 = 4K \;\mapsto K = \frac{1}{4}y^2$$

Or pour $K = L$, la demande de travail est : $L = \frac{1}{4}y^2$

Il suffit de remplacer ces solutions dans l'expression de la fonction-objectif (à minimiser) qui n'est autre que le coût comptable :

$$C_T = L + K + 40 \qquad (r = w = 1, F = 40)$$

Et :

$$C_T = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{4}y^2 + 40 \;\mapsto C_T(y) = \frac{1}{2}\,y^2 + 40 \qquad (IV.5)$$

Remarque :

En examinant la fonction de production, qui est de type Cobb-Douglas, nous pouvons remarquer qu'elle est à *rendements d'échelle décroissants* : la somme des exposants est égale $\frac{1}{2}$

La fonction de coût qui lui correspond, exhibe la propriété d'augmenter plus que proportionnellement à la quantité produite car l'exposant de y est égal à 2. Il est facile de constater que ce dernier est l'inverse de la somme des exposants de la fonction de production. La branche croissante de la fonction du coût moyen trouve son origine dans cette explication (le « c » cas présenté dans la construction des fonctions de coûts). Intuitivement nous pouvons comprendre ce résultat à partir du caractère inversé de la relation entre production et coût.

Section III : Le long terme

Les fonctions de coût moyen de long terme sont également en forme de U. Les explications de cette allures ne sont pourtant pas les mêmes. De même nous pouvons montrer que le coût marginal de long terme coupe le coût moyen de long terme en son minimum. L'objet de cette section (et du cours lui-même) ne consiste pas à présenter de manière technique ces résultats. Nous cherchons à offrir les intuitions économiques de la relation du cout terme au long terme.

En courte période, l'entreprise n'a d'autre choix de se développer (augmenter sa production) en utilisant son (ses) facteur(s) variable(s) (à côté des facteurs fixes et d'une technologie donnée). Elle est bien entendu limitée par son facteur (ou ses facteurs) fixe(s).

En longue période, il y a une incitation à modifier sa taille et/ou sa technologie pour atteindre une courbe de coût moyen plus avantageuse (figure IV.7)

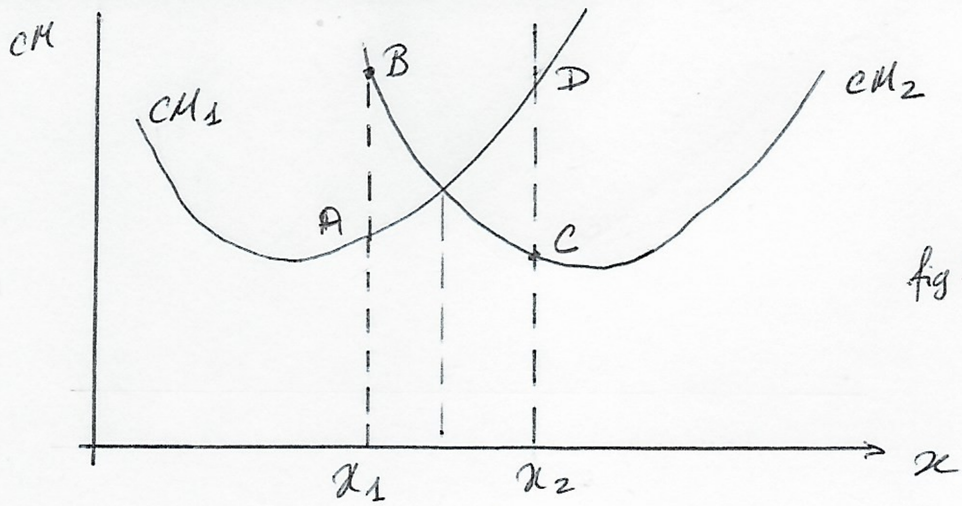

fig IV.7

En courte période, elle peut atteindre x_2 en ayant un coût moyen en D. Celui-ci est croissant parce que la productivité marginale du facteur variable est décroissante. L'accroissement de la taille, ou le changement dans la technique, correspond à la recherche de l'accroissement de la productivité des facteurs ou à l'abaissement des coûts.

Par ailleurs dans la courte période, le choix de la technique est adapté à l'anticipation de la demande qui émane du marché. Si on anticipe une baisse de la demande alors la courbe CM_1 possède un avantage sur la courbe (et la technique) CM_2. Selon la figure, nous pouvons observer que si la production devait revenir au niveau de x_1, CM_1aurait l'avantage car le coût serait au point B si l'on maintenait la taille relative à la courbe CM_2.

Si par contre on anticipe une hausse de la demande, c'est la courbe CM_2qui serait avantagée car le coût serait plus faible que celui induit par l'utilisation de CM_1 situé en D.

En longue période :

Nous avons vu plus haut qu' à chaque instant l'entreprise cherche à se situer sur la courbe de coût moyen la meilleure possible compte tenu du volume de production qu'elle anticipe durant cette période. Le passage en longue période correspond à *un déplacement de toute la courbe*

A chaque niveau de facteur fixe, par exemple le capital, correspond une courbe de coût moyen de court terme. La *courbe enveloppe,* cette courbe est telle que chaque courbe de coût moyen de court terme lui est tangente. Elle traduit l'incidence de la variation de *l'échelle de production.*

Son allure est donnée par la figure IV. 8 ci-dessous

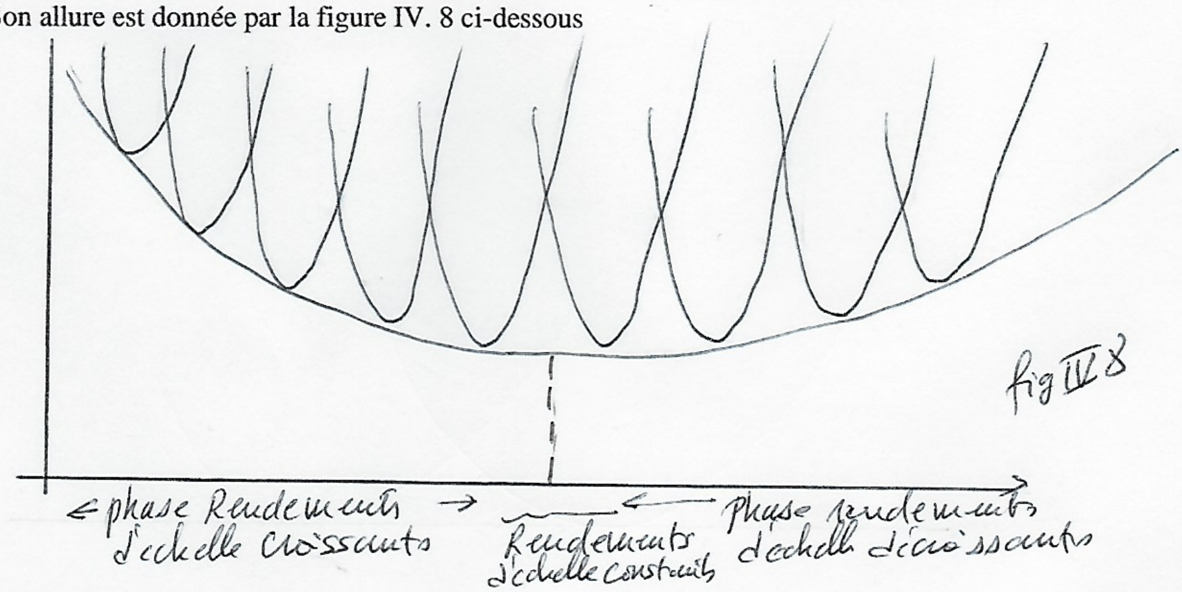

fig IV 8

La branche décroissante correspond à la phase des « *économies d'échelle* », autrement dit des *rendements d'échelle croissants.* A l'inverse la partie croissante correspond à la phase des » *déséconomies d'échelle* » ou encore des *rendements d'échelle décroissants.*

Le coût marginal de long terme vient couper cette courbe en son minimum. Cette intersection nous donne la taille de la firme, ou encore son niveau de production à long terme.

Dans la figure IV.9 nous avons représenté cette courbe de long terme avec un « plateau de stabilité » : une phase plate du coût moyen afin de mieux illustrer cette phase de rendements d'échelle constants.

Elle correspond aux observations faites sur l'émergence et la croissance des grandes firmes industrielles qui commencent par des rendements d'échelle croissants et peuvent, comme par exemple la sidérurgie qui faute d'innovations majeures, glisser lentement vers un plateau de stabilité qui les exposent à la concurrence.

Nous reprendrons certaines de ces explications au chapitre suivant, consacré à l'équilibre de la firme.

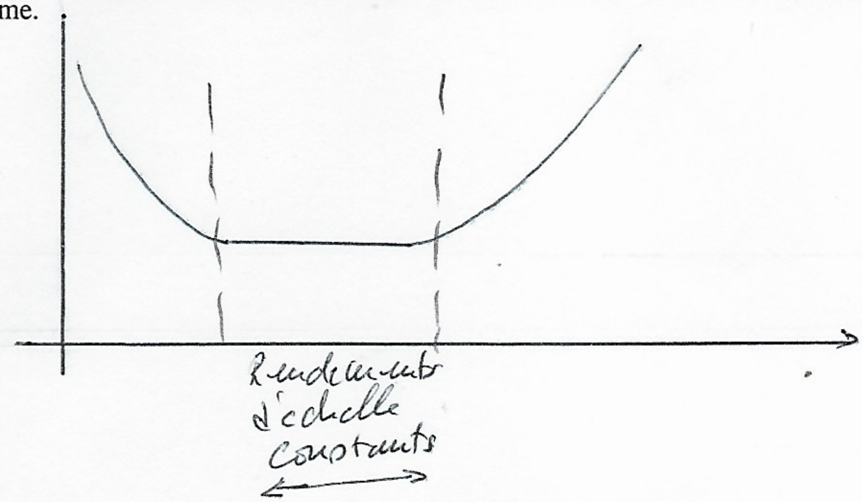

fig IV 9